

РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ ГАММА-ДИСПЕРСИИ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ ОПЦИОНОВ

Успенский Михаил Сергеевич

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: uspenskiy.mikhail177@inbox.ru

Научный руководитель — *Дойников Александр Николаевич*

В настоящем докладе рассматривается модель гамма-дисперсии ценообразования опционов, в основе которой лежит дисперсионный гамма-процесс (*Variance Gamma process*), который является процессом Леви. Этот процесс применяется для описания динамики цен финансовых активов. Дисперсионный гамма-процесс можно получить из процесса броуновского движения со сносом путем замены времени t на гамма-процесс $\gamma_t(1, \nu)$:

$$VG_t(\sigma, \theta, \nu) = b_{\gamma_t(1, \nu)}(\sigma, \theta) = \theta\gamma_t(1, \nu) + \sigma W_{\gamma_t(1, \nu)} \quad (1)$$

Риск-нейтральная динамика цены финансового актива в модели гамма-дисперсии имеет следующий вид:

$$S_t = S_0 \cdot \exp(rt + \omega t + VG_t(\sigma, \theta, \nu)), \quad (2)$$

где $\omega = \nu^{-1} \ln(1 - \theta\nu - \frac{\sigma^2}{2}\nu)$, и определена таким образом исходя из условия отсутствия арбитража [1, 2]. В рамках данной работы уделяется особое внимание двум показателям модели гамма-дисперсии: асимметрии (3) и эксцессу (4). Они выводятся из второго, третьего и четвертого центральных моментов дисперсионного гамма-процесса:

$$\mu_2 = \mathbb{E}[(X(t) - \mathbb{E}[X(t)])^2] = (\theta^2\nu + \sigma^2)t$$

$$\mu_3 = \mathbb{E}[(X(t) - \mathbb{E}[X(t)])^3] = (2\theta^3\nu^2 + 3\sigma^2\theta\nu)t$$

$$\mu_4 = \mathbb{E}[(X(t) - \mathbb{E}[X(t)])^4] = (3\sigma^4\nu + 12\sigma^2\theta^2\nu^2 + 6\theta^4\nu^3)t + (3\sigma^4 + 6\sigma^2\theta^2\nu + 3\theta^4\nu^2)t^2$$

А именно:

$$Skewness = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \quad (3)$$

$$Kurtosis = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \quad (4)$$

В контексте исследования была выявлена взаимосвязь между этими показателями и проанализирована потенциальная возможность использования информации об их динамике в торговых стратегиях на опционах.

Цена европейского колл опциона со страйком K и экспирацией t выражается в виде:

$$Call(S_0, K, t) = e^{-rt} \mathbb{E}[\max(S(t) - K, 0)], \quad (5)$$

где математическое ожидание берется относительно риск-нейтрального процесса из уравнения (2).

Вдобавок к стандартным коэффициентам чувствительности цены опциона к изменению тех или иных величин из модели Блэка-Шоулза (Δ , Γ , ν , Θ , ρ), в настоящей работе вводятся два новых: κ и Υ , которые являются производными цены опциона по асимметрии и по эксцессу соответственно. Рассматриваются возможности их использования в различных стратегиях торговли опционами.

Автор выражает особую благодарность своему научному руководителю Дойникову А.Н. за постановку задачи и внимание к работе.

Литература

1. Madan D., Carr P., Chang E. *The Variance Gamma Process and Option Pricing*, // Review of Finance, 1998.
2. Itkin A. *Pricing options with VG model using FFT*, <https://arxiv.org/abs/physics/0503137v1>, 2010.