**О распространении акустических нелинейных волн через трубку переменного сечения специального вида с учетом низкочастотной дисперсии и диссипации**

***Комаровский Кирилл Олегович1, Гусев Владимир Андреевич2***

***1****Аспирант;* ***2****старший научный сотрудник*

*Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,*

*физический факультет, Москва, Россия*

*E–mail: kirill\_komarovsky\_1998@mail.ru*

Уравнение Вебстера [2, 6–7] описывает распространение волны в рупорах, трубах, концентраторах и других волноведущих системах с изменяющимся поперечным сечением :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

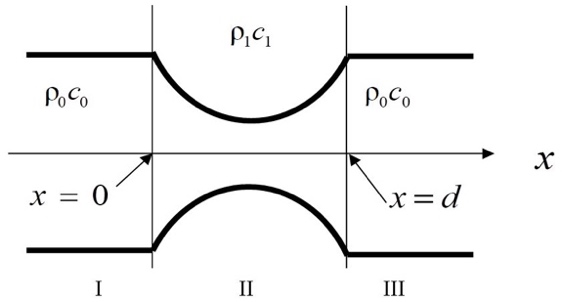
Здесь ‑ координата, отсчитываемая вдоль оси системы, – акустическое давление, – скорость звука, – время, в дальнейшем – плотность среды. Оно применимо для трубок, характерный радиус которых мал по сравнению с длиной волны: . В этом случае можно считать, что в трубке распространяется только поршневая мода. Кроме того, сечение должно изменяться достаточно медленно, . Будем считать, что площадь *S*(*x*) сечения трубки лишь медленно меняется вдоль ее длины (оси *х*), т.е. изменение мало на расстояниях порядка ширины трубки [2]. В случае трубки постоянного поперечного сечения *S*(*x*)=const из (1) получаем обычное волновое уравнение.

В задачах распространения акустических волн большой интенсивности возникает обобщенное уравнение типа Вебстера [3-5]. От линейного уравнения Вебстера обобщённое отличается наличием двух дополнительных членов, которые описывают нелинейные и диссипативные эффекты. Это уравнение записывается в виде:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

Здесь - нелинейный параметр и коэффициент диссипации. Как исходное (1), так и обобщенное (2) уравнения Вебстера можно использовать для описания распространяющихся и стоячих волн в трубке.

Рассмотрим задачу прохождения волны через область сужения на основе уравнения типа Вебстера (2). Пусть волна распространяется в узкой трубке, на одном из участков которой имеется сужение. Схематически ситуация изображена на рис. 1. В общем случае параметры среды ‑ плотность и скорость звука ‑ в области II с сужением () отличаются от параметров среды ‑ плотности и скорости звука ‑ на участках I и III с постоянным сечением.



**Рис. 1.** Трубка, которая содержит область сужения II (0 < x < d ), заполненную средой с плотностью и скоростью звука .

Введем вместо давления новую функцию :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

Для этой функции с учетом отсутствия диссипации уравнение (2) примет вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

Рассмотрим случай, когда площадь сечения изменяется по следующему закону: .

Считая нелинейные эффекты слабыми, будем решать уравнение (4) методом возмущений, отыскивая решение в виде:

|  |
| --- |
| . |

Здесь соответствует линейному решению, а ‑ нелинейная поправка ().

Запишем граничные условия (равенства давлений и скоростей на обеих границах областей):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

Решив данную систему уравнений (5) с учетом найденного решения уравнения (4), можно рассчитать коэффициент прохождения волны удвоенной частоты через изображенную на рис. 1 неоднородность с сужением:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |
| где – падающая волна, – прошедшая волна на второй гармонике. |  |

Зависимость коэффициента прохождения носит резонансный характер, причем в точках резонанса величина коэффициента прохождения оказывается неограниченной. Это связано с неучетом диссипативных эффектов, играющих определяющую роль при выполнении условия резонанса.

**Литература**

1. *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн (2-е изд.). М.: Наука, 1990.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц E.M.* Курс теоретической физики. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
3. *Руденко О.В.* Нелинейные пилообразные волны // УФН. 1995. Т. 165(9). С. 1011 1036.
4. *Руденко О.В.* К проблеме искусственных нелинейных сред с резонансным поглотителем // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 3. С. 398-402.
5. *Руденко О.В., Шварцбург А.Б.* О нелинейных и линейных волновых явлениях в узких трубках // Акуст. журн. 2019. Т. 61. № 1. С. 30-39.
6. *Webster A.G.* Acoustical impedance, and the theory of horns and of the phonograph // Proc. Nat. Acad. Sci. 1919. V. 5. P. 275-282. Reprinted in J. Audio Eng. Soc. 1977. V. 25(1-2). P.24-28.
7. *Eisner E.* Resonant oscillation system design // Physical Acoustics (Ed. W.P. Mason). V. 1. Pt. B. Ch. 6. NY, Academic Press, 1964.