**Геометрически адаптивные сетки для краевых задач для ОДУ**

***Горбов И.В.***

*Студент 2 курса магистратуры*

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,*

*физический факультет, Москва, Россия*

*E–mail:* *garri-g@bk.ru*

При моделировании многих физических процессов возникают так называемые жесткие задачи. Жесткими называют задачи, в которых присутствуют процессы с сильно различающимися характерными масштабами [1]. В решении присутствуют внутренние пограничные слои (контрастные структуры), и их положение заранее неизвестно.

Рассмотрим краевую задачу для ОДУ:

 $\frac{d^{2}u\left(x\right)}{dx^{2}}=f\left(u,x\right), 0<x<1$

$$u\left(0\right)=A, u\left(1\right)=B$$

Для жестких начальных задач исключительно удобен переход к новому аргументу – длине дуги интегральной кривой [2]. Для краевых задач это приём фактически не разработан. В работах Е.Б. Кузнецова краевая задача решалась методом стрельбы, аргумент «длина дуги» вводился для вспомогательной задачи Коши [3].

В данной работе предложена неявная численная схема с адаптивным выбором шага для решения жестких краевых задач с контрастными структурами.

Схема имеет следующий вид:

$$\frac{2}{h\_{n-\frac{1}{2}}+h\_{n+\frac{1}{2}}}\left(\frac{u\_{n+1}-u\_{n}}{h\_{n+\frac{1}{2}}}-\frac{u\_{n}-u\_{n-1}}{h\_{n-\frac{1}{2}}}\right)=f\left(u\_{n}, x\_{n}\right),$$

$$h\_{n\pm \frac{1}{2}}=\frac{H}{\sqrt{1+\left(\frac{u\_{n\pm 1}-u}{h\_{n-\frac{1}{2}}}\right)^{2}}},$$

$$\sum\_{n}^{}h\_{n+\frac{1}{2}}=1,$$

$$u\left(0\right)=A, u\left(1\right)=B$$

Это система нелинейных алгебраических уравнений относительно переменных $\left\{u\_{n}\right\}$, $\left\{h\_{n+\frac{1}{2}}\right\}$ и $H$.

Выбор шага по 𝑥 асимптотически эквивалентен введению параметризации через длину дуги.

Были проведены расчеты тестовых примеров разной жесткости, которые подтверждают преимущества предлагаемого метода.

**Литература**

1. Ракитский Ю.В., Устинов С.М., Черноруцкий И.Г. Численные методы решения жестких систем. М.: Наука, 1979. – 208 с.
2. Калиткин Н.Н., Корякин П.В. Численные методы. Т. 2. Методы математической физики. М.: Академия, 2013. – 304 с.
3. Tsapko E.D., Leonov S.S., Kuznetsov E.B. On application of solution continuation method with respect to the best exponential argument in solving stiff boundary value problems // Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science 31 (4) (2023) 361–372. DOI: 10.22363/2658-4670-2023-31-4-361-372.