**Численная диагностика разрушения решения одной теплоэлектрической модели теории волн в полупроводниках**

***Матвеева Александра Константиновна 1, Шафир Роман Сергеевич2,***

 ***Корпусов Максим Олегович 1,2***

*Аспирант 2 курса магистратуры*

*1Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,*

*физический факультет, Москва, Россия*

*2Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы*

*E-mail:* *matveeva2778@yandex.ru*

Предложена система уравнений с нелинейностью относительно потенциала электрического поля и температуры, описывающая процесс нагрева полупроводниковых элементов электрической платы, причем с течением времени возможно возникновение теплового и электрического «пробоев». Рассмотрена следующая начально-краевая задача :

$$\left\{\begin{array}{c}\frac{ε}{4π}\frac{∂}{∂t}\frac{∂^{2}ϕ}{∂x^{2}}+σ\frac{∂^{2}ϕ}{∂x^{2}}+γ\frac{∂^{2}ψ}{∂x^{2}}=0, x\in (a,b)\\ε\_{0}\frac{∂ψ}{∂t}=\frac{∂^{2}ψ}{∂x^{2}}+q\_{0}\left|\frac{∂^{2}ψ}{∂x^{2}}\right|^{p}, x\in \left(a,b\right), t\in \left(0,T\right],\\ ϕ\left(x,0\right)=ϕ\_{0}\left(x\right), ψ\left(x,0\right)=ψ\_{0}\left(x\right), x\in \left(a,b\right),\\ϕ\left(a,t\right)=ϕ\_{a}\left(t\right), ϕ\left(b,t\right)=ϕ\_{b}\left(t\right), t\in \left[0,T\right],\\ψ\left(a,t\right)=ψ\_{a}\left(t\right), ψ\left(b,t\right)=ψ\_{b}\left(t\right), t\in \left[0,T\right].\end{array}\right.$$

Функции $ϕ\left(x,t\right), $ $ψ\left(x,t\right) $описывают распределение потенциала внутри полупроводника и его температуры соответственно.

В работе рассматривается метод численной диагностики разрушения решения. Для численного решения дифференциально-алгебраической системы мы используем жесткий метод прямых, известный как SMOL. Он помогает свести исходную систему с уравнением в частных производных к более простой задаче, требующей решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Эта упрощенная система может быть эффективно решена с помощью одностадийной схемы Розенброка с комплексными коэффициентами CROS1.

Введем вектор неизвестных $y.$ Тогда шаг схемы Розенброка будет иметь следующий вид $\left\{\begin{array}{c}y\left(t\_{k+1}\right)=y\left(t\_{k}\right)+τ Re w,\\\left[D-\frac{1+i}{2}f\_{y}(y\left(t\_{k}\right))\right]w=f(\left(y\left(t\_{k}\right)\right).\end{array}\right. $ Где $f\_{y}$матрица Якоби.

Отметим, что схема CROS1 имеет точность $O(τ^{2}).$ А поскольку при аппроксимации пространственных производных были использованы формулы точности $O(h^{2})$, предложенный алгоритм решения системы имеет точность $O(τ^{2}+h^{2}).$

Для оценки точности численного решения, а также диагностики разрушения решения можно эффективно применить метод сгущающихся сеток. Пусть базовая сетка по переменным $\left(x,t\right) $имеет следующий вид:

$$X\_{N^{(0)}}×T\_{M^{(0)}}=\{\left(x\_{n},t\_{m}\right), 1\leq n\leq N^{\left(0\right)}+1, 1\leq m\leq M^{\left(0\right)}+1\}$$

Сгущать сетку мы будем в целое число раз $r\_{t}$ по переменной $t $и в $r\_{x}$ раз по переменной $x.$ Выберем $r\_{t} =r\_{x} = 2$.

Тогда каждая следующая сетка $X\_{N^{(s)}}×T\_{M^{(s)}}$ $N^{(s)}=r\_{x}^{s-1}N^{(0)}$, $M^{(s)}=r\_{t}^{s-1}M^{(0)}, $( $s$ - номер сетки) будет иметь с базовой сеткой общие узлы.

В узлах базовой сетки можно оценить эффективный порядок точности по формуле:

$$p\_{s}^{eff}=log\_{r\_{t}}\left(\frac{\left|u\_{s-2}\left(x,t\right)-u\_{s-3}(x,t)\right|}{\left|u\_{s-1}\left(x,t\right)-u\_{s-2}(x,t)\right|}\right)$$

 $u\_{s}\left(x,t\right)$ - численное решение на сетке с номером s.

В точках (x,t), в которых решение исходной задачи является достаточно гладким, имеет место сходимость:

 $ p\_{s}^{eff} \rightarrow p^{theor} = 2 при s \rightarrow \infty .$

Нарушение же данной сходимости будет соответствовать нарушению гладкости решения, что в нашем случае позволит локализовать по времени и пространству разрушение решения.

.

|  |
| --- |
|  |

### **Литература**

1. Калиткин Н. Н., Корякин П. В. Численные методы: в 2 кн. Кн. 2. Методы математической физики: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования // М.: Издательский центр «Академия», 2013.
2. H. Rosenbrock, Some general implicit processes for the numerical solution of differential equations. Published in Computer/law journal 1963 Mathematics, Computer Science
3. Лукьяненко Д. В., Панин А. А. Разрушение решения уравнения стратификации объемного заряда в полупроводниках: численный анализ при сведении исходного уравнения к дифференциально-алгебраической системе //Выч. мет. программирование. 2016. Т. 17. N 4. P. 437--446.
4. Альшина Е. А., Калиткин Н. Н., Корякин П. В. Диагностика особенностей точного решения при расчетах с контролем точности // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2005. Т 45. N 10. 1837--1847.
5. Альшин А. Б., Альшина Е. А., Калиткин Н. Н., Корягина А. Б. Схемы Розенброка с комплексными коэффициентами для жестких и дифференциально-алгебраических систем // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2006. T. 46. N 8. 1392--1414.