## Перспективы квантовых вычислений распространения электромагнитных волн в холодной намагниченной плазме

## *Минаев А.Д.*

*Студент*

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, РФ

minaeartem@yandex.ru

**Аннотация.**Электромагнитные волны являются неотъемлемой частью любой плазмы — будь то лабораторная термоядерная плазма или астрофизическая плазма.

 Традиционные методы изучения свойств электромагнитных волн основаны на дискретизации уравнений Максвелла, подходящей для реализации на современных классических компьютерах. Традиционная методология становится малоэффективной в случае больших областей. Нам могут помочь квантовые компьютеры — вычислительные устройства, предлагающие заманчивую возможность значительного ускорения и сокращения затрат на вычисления.

### Введение

Распространение электромагнитных волн в плазме при термоядерном синтезе является важной областью исследований в области магнитного синтеза. Однако несмотря на то, что теоретические и аналитические основы для изучения распространения волн в плазме были хорошо разработаны [3], сложные процессы, происходящие в плазме, требуют вычислительного подхода для их полного понимания. Квантовые вычисления предлагают многообещающий способ ускорения вычислений по сравнению с классическими компьютерами, известный как "квантовое преимущество", чем вызвали значительный интерес в сообществе физиков плазмы.

### Описание работы

Для недисперсионной, тензорной и неоднородной среды уравнения Максвелла можно записать в виде уравнения Шрёдингера с унитарной эволюцией [1]

$i\frac{∂ψ}{∂t}=ˆ\_{ρ}ψ, ˆ\_{ρ}=ˆ\_{ρ}^{†}, ψ(r,0)=ψ\_{0}$ (1)

где,

$$\begin{matrix}ˆ\_{ρ}=ˆˆˆ^{-1}=ˆˆ^{-1}(r)ˆˆ^{-1},\\ˆ=i\left[\begin{matrix}0\_{3×3}&∇×\\-∇×&0\_{3×3}\end{matrix}\right], ˆ=\left[\begin{matrix}ϵ(r)&0\_{3×3}\\0\_{3×3}&μ(r)\end{matrix}\right]\end{matrix}$$

В данном уравнении оператор *M* является оператором свёртки Максвелла, а эрмитова положительно определённая матрица *W* представляет соотношения, определяющие свойства среды. Явная форма отображения Дайсона зависит от структуры материальной матрицы *W*.

 С другой стороны, холодная намагниченная плазма как диэлектрическая среда характеризуется дисперсией. Это приводит к зависимости матрицы диэлектрической проницаемости от частоты *ϵ*(*ω*).

$‾\left(ω\right)=\left[\begin{matrix}S&-iD&0\\iD&S&0\\0&0&P\end{matrix}\right]$ (2)

где

$S=ϵ\_{0}\left(1-\sum\_{j=i,e}^{}  \frac{ω\_{pj}^{2}}{ω^{2}-ω\_{cj}^{2}}\right); D=ϵ\_{0}\sum\_{j=i,e}^{}  \frac{ω\_{cj}ω\_{pj}^{2}}{ω\left(ω^{2}-ω\_{cj}^{2}\right)};P=ϵ\_{0}\left(1-\sum\_{j=i,e}^{}  \frac{ω\_{pj}^{2}}{ω^{2}}\right) $.

**Представление Шредингера*.*** Возвращаясь к *ϵ*(*ω*), отметим, что его эрмитова структура гарантирует, что ток проводимости не вызывает диссипации внутри плазмы, то есть холодная намагниченная плазма является дисперсионным диэлектриком без потерь. Следовательно, можно построить шрёдингерово представление уравнений Максвелла, допускающее унитарную эволюцию, соответствующую сохранению электромагнитной энергии. Данный набор уравнений будет представлять собой расширенную систему Максвелла, которая будет самосогласованно описывать поведение электромагнитных полей внутри холодной магнитоплазмы [2]. Чтобы получить явное представление Шрёдингера для данной системы, применим преобразование Дайсона, и получим

$i\frac{∂}{∂t}\left[\begin{matrix}ε\_{0}^{1/2}E\\μ\_{0}^{1/2}H\\\begin{matrix}\frac{1}{ε\_{0}^{1/2}ω\_{pi}}J\_{ci}\\\frac{1}{ε\_{0}^{1/2}ω\_{pe}}J\_{ce}\end{matrix}\end{matrix}\right]=\left[\begin{matrix}0\_{3×3}&ic∇×&-iω\_{pi}&-iω\_{pe}\\-ic∇×&0\_{3×3}&0\_{3×3}&0\_{3×3}\\iω\_{pi}&0\_{3×3}&ω\_{pe}\hat{S}\_{z}&0\_{3×3}\\iω\_{pe}&0\_{3×3}&0\_{3×3}&ω\_{ce}\hat{S}\_{z}\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}ε\_{0}^{1/2}E\\μ\_{0}^{1/2}H\\\begin{matrix}\frac{1}{ε\_{0}^{1/2}ω\_{pi}}J\_{ci}\\\frac{1}{ε\_{0}^{1/2}ω\_{pe}}J\_{ce}\end{matrix}\end{matrix}\right]⇔i\frac{∂ψ}{∂t}=\hat{D}ψ$(4)

 **Квантовое кодирование*.***  Реализация формулы Троттера для унитарного произведения в цифровом квантовом компьютере требует пространственной дискретизации. Будем использовать алгоритм решётки кубитов (QLA) для дискретизации, при которой эволюция преобразуется в чередующуюся последовательность некоммутирующих операторов QLA столкновения *C* и потока *S*, которые восстанавливают уравнение Шрёдингера-Максвелла в виде диффузионной схемы второго порядка. Преимущество этого описания заключается в том, что оператор адвекции *S* рассматривается с помощью потоковых операторов *S*, что позволяет эффективно реализовать квантовую модель. Остальные операторы, участвующие в данном уравнении, будут операторами столкновений. В результате всех преобразований получим итоговую формулу

$\begin{matrix}ψ\left(r,δt\right)=ˆ\_{vac}ˆˆ\_{vac}ˆ\_{ω\_{pt}}\left(ˆ\_{z}^{\left(p\right)}⊗I\_{3×3}\right)ˆ\_{ω\_{pt}}ˆ\_{ω\_{pa}}^{\left(1\right)}\left(ˆ\_{z}^{\left(pe\right)}⊗I\_{3×3}\right)ˆ\_{ω\_{pa}}^{\left(1\right)}ˆ\_{ω\_{pa}}^{\left(2\right)}\left(ˆ\_{z}^{\left(pe\right)}⊗I\_{3×3}\right)×\\×ˆ\_{ω\_{pa}}^{\left(2\right)}ˆ\_{ω\_{at}}\left[I\_{4×4}⊗ˆ\_{z}^{\left(z\right)}\left(\frac{θ\_{ci}}{2}\right)\right]\left[I\_{2×2}⊗ˆ\_{z}\left(\frac{ˆ\_{z}^{\left(z\right)}θ\_{ci}}{2}\right)\right]ˆ\_{z}^{\left(1\right),\left(ci\right)†}ˆ\_{z}^{\left(2\right),\left(ci\right)†}ˆ\_{ω\_{ct}}ˆ\_{ω\_{cz}}×\\×\left[I\_{4×4}⊗ˆ\_{z}^{(z)}\left(θ\_{cc}/2\right)\right]\left[I\_{2×2}⊗ˆ\_{z}^{†}\left(ˆ\_{z}^{(z)}θ\_{ce}/2\right)\right]ˆ\_{z}^{(1),(ce)†}ˆ\_{z}^{(2),(ce)}ˆ\_{ω\_{ct}}ψ\_{0}\end{matrix}$ (5)

### Заключение

 Таким образом, благодаря вышеописанному методу, возможно трансформировать классическую систему уравнений Максвелла в уравнение Шредингера, что позволяет существенно расширить возможности по моделированию процессов распространения электромагнитных волн в плазме. Также, благодаря данной постановке задачи, становится возможным использование квантовых компьютеров, что, в перспективе, позволит значительно ускорить вычисления.

### Литература

1. E. Koukoutsis, K. Hizanidis, A. K. Ram, and G. Vahala, “Dyson maps and unitary evolution for Maxwell equations in tensor dielectric media,” Phys. Rev. A 107, 042215 (2023)
2. H. Lee and D. K. Kalluri, “Three-dimensional fdtd simulation of electromagnetic wave transformation in a dynamic inhomogeneous magnetized plasma,” IEEE Trans. Antennas Propag. 47,1146–1151 (1999).
3. *T. H. Stix*, Waves in plasmas (American Institute of Physics,1992)