**Дуальные лагранжевы формулировки для свободных массивных полей высших спинов в трех измерениях**

***Щербатов Д.Я***

студент 2 курса магистратуры

*Национальный исследовательский Томский государственный университет,*

*Физический факультет, Томск, Россия*

*E-mail:* *david.scherbatov@mail.ru*

Динамика массивных полей высших спинов представляет большой теоретический и феноменологический интерес. Прежде всего, частицы высших спинов ($s>1$) наблюдаются экспериментально как резонансы в различных процессах сильного взаимодействия. Атомные ядра некоторых химических элементов также характеризуются высоким значением спина и могут рассматриваться, в первом приближении, как точечные заряженные частицы. Наконец, существование массивных частиц сколь угодно высокого спина предсказывается теорией струн. Новый всплеск интереса к теории массивных полей высших спинов был вызван недавними успехами гравитационно-волновой астрономии [1]. Было показано, что динамика компактных бинарных объектов, состоящих из вращающихся черных дыр и/или нейтронных звезд, может быть эффективно описана в терминах амплитуд рассеяния для массивных полей высших спинов на гравитационном фоне [2].

Массивные бозоны в четырехмерном пространстве Минковского обычно описываются симметричными  бесследовыми тензорами $Φ\_{μ\_{1}\cdots μ\_{s}}$. Ранг тензора определяет спин частицы. Динамика свободных полей задается уравнениями Фирца и Паули:

$$\left(□-m^{2}\right)Φ\_{μ\_{1}\cdots μ\_{s}}=0, ∂^{μ\_{1}}Φ\_{μ\_{1}\cdots μ\_{s}}=0. (1)$$

Первое уравнение определяет условие массовой оболочки, а второе – количество физических поляризаций поля. Переходя в импульсное представление, можно видеть, что только $2s+1$ компонент поля $Φ\_{μ\_{1}\cdots μ\_{s}}$ линейно независимы друг от друга, как и должно быть для массивной частицы спина $s$. Отметим также, что уравнения (1) имеют смысл и в размерностях отличных от четырех, но в высших измерениях они уже не описывают все возможные массивные представления группы Пуанкаре.

С математической точки зрения уравнения Фирца-Паули представляют собой переопределенную систему линейных уравнений в частных производных, что означает наличие нетривиальных дифференциальных тождеств. Действительно, подействовав оператором Клейна-Гордона на второе уравнение и вычитая из него дивергенцию первого, получим тождественный нуль. Поскольку общее число уравнений превышает число полей, уравнения Фирца-Паули не являются лагранжевыми. Для устранения этого дисбаланса и построения соответствующих лагранжианов Фирцем и Паули была выдвинута идея введения вспомогательных полей [3]. В полном объеме эта идея была реализована в работах Сингха и Хагена [4], [5]. Лагранжианы Сингха и Хагена для целого спина $s$ вовлекают помимо самого поля $Φ\_{μ\_{1}\cdots μ\_{s}}$ цепочку симметричных бесследовых тензоров рангов $s-2$, $s-3$, ... Наличие большого количества вспомогательных полей, растущего с величиной спина, создает серьезные проблемы при попытке включения взаимодействия с внешними полями. В настоящее время не известно ни одной полностью согласованной модели распространения массивных полей высших спинов на общем гравитационном и/или электромагнитном фоне (см., например, обсуждение в [6]). Это стимулирует поиск альтернативных уравнений и лагранжианов для свободных полей высших спинов, более приспособленных к задаче взаимодействия. В недавней работе [7] были построены новые лагранжианы для массивных полей целых спинов в четырехмерном пространстве-времени. Эти лагранжианы содержат гораздо меньше вспомогательных полей, но вовлекают высшие производные, что также затрудняет анализ совместности взаимодействия. В данной работе предлагаются новые релятивистские волновые уравнения и лагранжианы для полей в трехмерном пространстве-времени без высших производных.

**Литература**

1. LIGO Scientific, VirgoCollaboration, B. P. Abbott *et al*., Obsservation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger // Phys. Rev. Lett. **116** no. 6, (2016) 061102.
2. Z. Bern, A. Luna, R. Roiban, C.-H. Shen, and M, Zeng, Spining black hole binary dynamics, scattering amplitudes, and effective field theory // Physical Reviev D 104 no. 6, (2021) 065014.
3. M Fierz and W. Pauli, On Relativistic Wave Equations for Particles of Arbitrary Spin in an Electromagnetic Field // Proc. Roy. Soc. Lond. A173 (1939) 211
4. L. P. S. Singh Singh and C. R. Hagen, Lagrangian formulation for arbitrary spin. 1. the boson case // Phys. Rev. D9 (1974) 898-909.
5. L. P. S. Singh and C. R. Hagen, Lagrangian formulation for arbitrary spin. 2. the fermion case // Phys. Rev. D9 (1974) 910-920.
6. G. Velo and Z. Zwanzinger, Noncausality and Other Defects of Interaction Lagrangians for Particles with Spin One and Higher // Phys. Rev. 188 (Dec, 1969) 2218-2222
7. A. Sharapov and D. Shcherbatov, On auxiliary fields and Lagrangians for relativistic wave equations // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 57 no. 1, (2023) 015210