

Сравнительный анализ методов построения гало-орбит с заданными характеристиками в ограниченной задаче трех тел

Научный руководитель – Сячина Татьяна Александровна

Будникова Полина Алексеевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Физический факультет, Кафедра небесной механики, астрометрии и гравиметрии, Москва, Россия

E-mail: p_budnikova@list.ru

Гало-орбиты вокруг коллинеарных точек либрации в ограниченной задаче трёх тел (Restricted Three-Body Problem, RTBP) представляют значительный интерес для размещения астрофизических и космических миссий, выполняющих, например, мониторинг солнечной активности, астрономические наблюдения и обеспечение связи с дальними космическими аппаратами. Так, гало-орбиты вблизи точек L1 и L2 системы Солнце–Земля уже используются в ряде проектов (Gaia, JWST, «Спектр-РГ» и др.). Одно из главных требований к орбитам такого типа — обеспечение заданной амплитуды колебаний (особенно по оси Z) при сохранении периодичности движения.

Однако точное построение гало-орбиты затруднено тем, что начальное решение в окрестности либрационных точек неустойчиво, а сами гало-орбиты не имеют элементарных замкнутых формул [1]. В классической постановке задачи используется начальное приближение — например, решение Ричардсона третьего порядка [2]. Такое аналитическое приближение при интегрировании в полной нелинейной модели RTBP не является строго периодическим. Поэтому полученные начальные условия обычно уточняют методом численной дифференциальной коррекции (Differential Correction, DC). При интегрировании уравнений движения проверяется периодичность орбиты, контролируются условия пересечения плоскости $x-z$ и равенство нулю соответствующих компонент скорости. Итерационным путём удаётся скорректировать начальные параметры так, чтобы траектория замкнулась и вышла на требуемую гало-орбиту [3]. Главное ограничение классической схемы — необходимость хорошего начального приближения.

В последние годы для построения гало-орбит всё шире используется метод дифференциальной эволюции (Differential Evolution, DE), описанный в работах [4, 5]. Он позволяет:

- Искать начальные условия орбиты без аналитического приближения.
- Сразу закладывать в целевую функцию желаемую амплитуду или иные требования к периодичности орбиты.
- Устойчиво сходиться к решению даже при грубых изначальных границах для параметров.

Суть в том, что DE формирует случайную популяцию возможных начальных векторов состояния (координаты и скорости в момент пересечения гало-орбитой плоскости $x-z$), а затем итеративно совершенствует эту популяцию с помощью операторов мутации, кроссовера и отбора. Критерием служит малая ошибка в замыкании орбиты (возвращение в исходную плоскость с требуемым периодом) и отклонение реальной амплитуды от желаемой. В результате устраняется «двухшаговость» классического подхода (аналитическое решение $[U+202F] + [U+202F] DC$), и сразу получается искомая гало-орбита с высокой точностью.

В данной работе проведён сравнительный анализ двух описанных выше подходов к проектированию гало-орбит: традиционного метода, включающего аналитическое приближение и процедуру дифференциальной коррекции (DC), и альтернативного метода, основанного на применении эволюционного алгоритма дифференциальной эволюции (DE).

Показано, что классический метод дифференциальной коррекции при наличии хорошего начального приближения позволяет быстро находить периодические гало-орбиты, однако требует дополнительной стадии уточнения для получения орбит с точно заданной амплитудой по оси Z. Кроме того, эффективность метода снижается при увеличении размеров орбиты, особенно при работе с семействами крупных гало-орбит.

С другой стороны, метод дифференциальной эволюции демонстрирует высокую устойчивость при работе с широким диапазоном параметров и не требует начального приближения. Он позволяет сразу получить орбиту с требуемыми характеристиками в рамках единой процедуры оптимизации. Однако такой подход требует значительно большего времени на вычисления по сравнению с традиционной дифференциальной коррекцией.

Проведённый анализ показывает, что использование метода дифференциальной эволюции целесообразно при проектировании орбит с заданными параметрами для новых космических миссий, особенно при отсутствии точного начального приближения или при работе с крупными орбитами. В то же время метод дифференциальной коррекции остаётся эффективным инструментом для уточнения орбит вблизи известных семейств или при необходимости оперативных расчётов.

Источники и литература

- 1) 1. Szebehely V. Theory of Orbits. The Restricted Problem of Three Bodies. New York: Academic Press, 1967.
- 2) 2. Richardson, D.L. Analytic construction of periodic orbits about the collinear points // Celestial mechanics. 1980, 22, p. 241-253.
- 3) 3. Wang Sang Koon. Dynamical Systems, the Three-Body Problem, and Space Mission Design: Marsden Books. 2006.
- 4) 4. Storn R., Price K. Differential Evolution – a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. // Journal of Global Optimization, 1997, 11(4), p. 341-359.
- 5) 5. Nath, P., Ramanan, R.V. Precise Halo Orbit Design Using Differential Evolution // Advances in Space Research, 2016, 57(1), p. 202–217.