

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЛАСТИ ПРИТЯЖЕНИЯ  
ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ В ЗАДАЧЕ  
СТАБИЛИЗАЦИИ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ  
ПОМОЩИ КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ ЛЯПУНОВА**

**Сюй Яци**

*Студент*

*Факультет ВМК МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, Китай*

*E-mail: anna13572022@163.com*

***Научный руководитель — Точилин Павел Александрович***

Исследование посвящено стабилизации нелинейных динамических систем с акцентом на оценку и оптимизацию области притяжения положения равновесия за счёт использования квадратичных функций Ляпунова и линейных позиционных управлений. В реальных условиях внешние возмущения и параметрические неопределённости могут вызывать уменьшение или деформацию области притяжения. Для решения этой проблемы предлагаются стратегии управления, основанные на линеаризации и соответственно методах линейной теории стабилизации, направленные на расширение области притяжения положения равновесия и повышение робастности замкнутой системы.

Основная цель — исследование связи размера, формы области притяжения с параметрами управления (стабилизатора) в нелинейных системах. Матрицы управления  $K$  и Ляпунова  $P$  синтезируются двумя методами:

1. Метод размещения полюсов — стабилизация через настройку собственных значений замкнутой системы:  $K$  проектируется по заданным полюсам,  $P$  вычисляется из уравнения Ляпунова.
2. Метод, включающий решение задачи линейно-квадратичной стабилизации — совместная оптимизация  $K$  и  $P$  через минимизацию функционала качества ( $P$  определяется из уравнения Риккати).

Работа включает два этапа: анализ устойчивости невозмущённой линеаризованной системы и изучение её поведения при наличии возмущений (погрешностей линеаризации). Геометрические характеристики области притяжения (размер, форма) количественно оцениваются через теоретический анализ и визуализацию границ уровня

функции Ляпунова, что позволяет сравнить эффективность разных методов при разных параметрах.

На примере динамики БПЛА проводится локальная линеаризация нелинейной системы. Метод размещения полюсов генерирует  $K$  и  $P$ , а метод решения линейно-квадратичной задачи стабилизации оптимизирует их через уравнение Риккати. Анализ устойчивости с квадратичной функцией Ляпунова показывает: область притяжения для метода полюсов имеет меньший размер и нерегулярную полигональную форму, тогда как второй метод обеспечивает большую эллипсоидальную область с гладкими границами и равномерной устойчивостью.

Во второй части работы в уравнения модели вводится возмущающий член, моделирующий параметрические неопределенности (например, трение, зависящее от состояния  $x$ , или ветровое воздействие, изменяющееся во времени  $t$ ). Повторная настройка параметров управления и анализ возмущенной области притяжения выявляют различия в чувствительности методов к неопределенностям.

Для оптимизации устойчивости при возмущениях предложены:

1.  $H_\infty$ -управление — ограничение усиления возмущений через матрицу  $P$  (уравнение Риккати) для настройки области притяжения.
2. Адаптивное управление — онлайн-оценка возмущений и динамическая корректировка параметров через явное построение функции Ляпунова.

Итог: исследование количественно связывает свойства области притяжения с параметрами управления и возмущениями, подтверждая эффективность методов на примере модели БПЛА. Результаты могут быть использованы для проектирования нелинейных систем управления.

### Литература

1. Барбашин Е. А. (1970). Функции Ляпунова. Москва: Наука.
2. Малкин И. Г. (1966). Теория устойчивости движения. Москва: Наука.
3. Giesl P., Hafstein S. (2015). Review on computational methods for Lyapunov functions. Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series B, 20(8), 2291-2331.