

УТОЧНЕННЫЕ ОЦЕНКИ СЛОЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДЕШИФРАТОРОВ СХЕМАМИ ИЗ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В НЕКОТОРЫХ БАЗИСАХ

Дай Юэ

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: daiy0928@mail.ru

Научный руководитель — *Сергей Андреевич Ложкин*

Теория систем управления изучает различные графовые теоретические модели вычислений, которые называются схемами. Каждая схема характеризуется своей структурой, то есть способом соединения элементов из которых она составлена, реализуемой ею функцией и «сложностью», то есть параметрами, описывающими ее размер, площадь, стоимость и т.д. Дешифратор $\vec{Q}_n$ порядка n (см. [1], например) представляет собой систему из всех 2^n элементарных конъюнкцией ранга n от булевых переменных $x_1, \dots, x_n$ и является важной составной частью многих устройств преобразования информации. Цель данной работы заключается в построении новых схем для реализации дешифраторов на основе результатов [1-4] и получении более точных, по сравнению с указанными работами, оценок их сложности с помощью подхода, основанного на методе, использованном в статье [5].

Пусть B конечный полный базис из функциональных элементов, а $L_B(\vec{Q}_n)$ - минимальная сложность тех схем в этом базисе, которые реализуют $\vec{Q}_n$. При этом, как обычно, под сложностью схемы в базисе B понимается сумма сложностей всех ее элементов, а под стандартным базисом B_0 - базис $\{x_1x_2, x_1 \vee x_2, \bar{x}_1\}$ с единичными весами элементов.

В результате была получена единая более точная верхняя оценка:

$$L_{B_0}(\vec{Q}_n) \leq 2^n + 2 \cdot 2^{\frac{n}{2}} + 2 \cdot 2^{\frac{n}{3}} + O(n \cdot 2^{\frac{n}{6}}), \quad (1)$$

которая с точностью до слагаемого вида $O(2^{\frac{n}{2}})$ совпадает с известной нижней оценкой. Более того, было получено обобщение этих оценок на случай базиса B_1 из [4], для которого удалось доказать, что

$$L_{B_1}(\vec{Q}_n) \leq C_{B_1}(2^n + 2 \cdot 2^{\frac{n}{2}}) + O(n \cdot 2^{\frac{n}{3}}), \quad (2)$$

где C_{B_1} некоторая константа. Причем, как и в случае базиса B_0 , эта

оценка является асимптотически точкой на уровне слагаемого вида $O(2^{\frac{n}{2}})$.

Литература

1. Ложкин С. А. Лекции по основам кибернетики(учебное пособие для студентов). М.: Издательский отдел Факультета ВМиК МГУ, 2004 г. - 266 с.
2. Алексеев В. Б, Ложкин С.А. Элементы теории графов, схем и автоматов. М.: Издательский отдел Факультета ВМиК МГУ, 2000 г. - 58 с.
3. Лупанов О. Б. О схемах из функциональных элементов с задержками. Сб.Проблемы кибернетики, Вып. 23. М.: Наука, 1970, с. 43-81.
4. Исakov Ильяc. Асимптотически точные оценки сложности реализации дешифратора схемами из функциональных элементов в произвольном базисе. Выпускная квалификационная работа. МГУ им М. В. Ломоносова, Факультет ВМиК, Москва, 2023.
5. Нечипорук Э. И. О сложности схем в некоторых базисах, содержащих нетривиальные элементы с нулевыми весами. Сб. Проблемы кибернетики. Вып. 8. М. Физматлит, 1968, с. 123-160.