**ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО
УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ИМПУЛЬСНОЙ
ФУНКЦИЕЙ В ПРАВОЙ ЧАСТИ**

Маслеников Иван Николаевич

Студент

*Математический факультет ЯрГУ имени П. Г. Демидова, Ярославль,
Россия*

E-mail: ivan.maslenikov.94@mail.ru

Научный руководитель — Кащенко Илья Сергеевич

Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка с запаздыванием

$$\ddot{x} + \sigma \dot{x} + x = f(x(t-h)), \quad (1)$$

где $\sigma > 0$ и $h > 0$. Относительно нелинейной функции $f(x)$ предполагаем, что она имеет импульсный тип, т.е. является δ -функцией: $f(x) = 0$, при $x \neq 0$ и $\int_{-a}^b f(x)dx = f_0$ при любых $a, b > 0$. Будем исследовать поведение решений при фиксированных значениях параметров σ, f_0, h .

Сначала мы определим класс начальных условий S_A , зависящий от параметра A и состоящий из непрерывных функций $\varphi(t)$, заданных на отрезке $[-h, 0]$, для которых $\varphi(t) \neq 0$ при $t < 0$, $\varphi(0) = 0$ и $\dot{\varphi}(0) = A$. Для каждой начальной функции из $S(A)$ методом шагов построим решение $x_A(t)$ и найдем первый его положительный корень $t_* = t_*(A) : x_A(t_*(A)) = 0$. При выполнении условия $t_*(A) > h$ можно утверждать, что $x_A(t_*(A) + t) \in S(\bar{A})$, где $\bar{A} = p(A) = \dot{x}_A(t_*(A))$. Таким образом определяется отображение $A_{n+1} = p(A_n)$, динамика которого описывает поведение решений исходного дифференциального уравнения с запаздыванием. Конкретный вид отображения и его свойства зависят от параметров σ, f_0, h .

При $\sigma > 2$ существует значение A_* , при котором решение $x(t)$ из класса начальных функций $S(\pm A_*)$ является периодическим. Для остальных функций $x(t)$ из $S(A)$ найдется такое T , что все решения задачи (1) с начальным условием из S_A при $t > T$ сохраняют знак и стремятся к нулю. При $0 < \sigma < 2$ существуют устойчивые периодические решения и решения, совершающие нерегулярные колебания.

Работа выполнена в рамках программы развития Регионального научно-образовательного математического центра Ярославского

государственного университета им. П.Г. Демидова при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Соглашение о предоставлении субсидии из федерального бюджета № 075-02-2025-1636).

Литература

1. Кащенко С. А. Динамика уравнений с запаздывающей обратной связью импульсного типа // Дифференц. уравнения, 1999. Т. 35, № 7. С. 889–898.
2. Кащенко И. С., Кащенко С. А., Маслеников И. Н. Динамика уравнений второго порядка с запаздывающей обратной связью импульсного типа // УМН (в печати)