**ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДЛЯ
НЕВЫПУКЛЫХ МЕР РИСКА В КОНЕЧНОМЕРНОМ
ПРОСТРАНСТВЕ**

Корнюхов Денис Сергеевич

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: kornyukhovdenis@gmail.com

Научный руководитель — *Колокольцов Василий Никитич*

Меры риска — функционалы, которые количественно определяют величину риска, связанного с конкретным объектом, чьё поведение описывается функцией. Они широко используются в различных областях. Одним из наиболее важных показателей риска является Value at Risk:

$$\text{VaR}_\alpha(X) = \inf\{\lambda \in \mathbb{R} : P(X \leq \lambda) \geq \alpha\}. \quad (1)$$

Он, как и другие невыпуклые меры риска, удовлетворяет только трём из четырёх аксиомам когерентности (за исключением свойства выпуклости). Несмотря на то что существует много литературы, связанной с данным типом мер риска, до сих пор не было выведено их явное представление в конечномерном пространстве.

Теорема 1 (Колокольцов). Пусть V — множество всех вещественнозначных случайных величин $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, Ω — n -мерное. Пусть функционал $P : V \rightarrow \mathbb{R}$ обладает следующими свойствами:

- $\forall X, Y \in V, X \leq Y \Rightarrow P(X) \leq P(Y)$ - монотонность,
- $\forall X \in V, \lambda \in \mathbb{R}_{\geq 0} : P(\lambda X) = \lambda P(X)$ - однородность по умножению,
- $\forall \lambda \in \mathbb{R} : P(\lambda e_V + X) = \lambda + P(X)$ - однородность по сложению.

Тогда следующие утверждения эквивалентны:

1. P — α -квантиль (1),
2. P принимает свои значения среди значений X ($P : V \rightarrow x_i$),
3. Множество значений P определяется по сечениям с частичным порядком, заданным на проиндексированном множестве Ω .

Литература

1. H. Föllmer, A. Schied. Stochastic Finance. Berlin, Walter de Gruyter GmbH, 2010.
2. M. Akian, S. Gaubert, A. Hochart. Minimax representation of nonexpansive functions and application to zero-sum recursive games, 2017.
3. P. Fishburn. Weak Qualitative Probability on Finite Sets. The Annals of Mathematical Statistics, Vol. 40, No. 6, pp. 2118-2126, 1969.