

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПОРЯДКОВ В МОДЕЛЯХ ЦЕНЗУРИРОВАННЫХ ДАННЫХ ТИПА ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ

Мишарина Татьяна Андреевна

Аспирант

СПБПУ Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: tanechkamisharina254@gmail.com

Научный руководитель — Малов Сергей Васильевич

В данной работе мы сравниваем распределения времен отказов в различных группах $z \in 1, \dots, d$ наблюдений с правым цензурированием. В [1–2] представлены примеры применения методов сравнения для проверки стохастической упорядоченности.

Пусть $S_z(t) = P_z(T > t)$ — функция отказа для z -ой группы. Будем говорить, что время отказа в i -ой группе стохастически меньше, чем j -ой группе ($T_i \leq^{st} T_j$), если выполнено:

$$S_i(t) \leq S_j(t), t \in (-\infty, \infty).$$

Условия стохастического порядка можно ослабить: будем говорить, что случайная величина T_i стохастически меньше случайной величины T_j в слабом смысле ($T_i \leq_{\Delta}^{st} T_j$) по отношению к множеству $\Delta = \{t_1, \dots, t_k\}$, если выполнено следующее неравенство:

$$S_i(\vec{t}) \leq S_j(\vec{t}), \vec{t} = (t_1, \dots, t_k)^T.$$

Будем говорить, что для случайных величин $T_1, \dots, T_d$ имеет место слабый стохастический порядок $T_{\sigma_1} \leq_{\Delta}^{st} \dots \leq_{\Delta}^{st} T_{\sigma_s}$, где $(\sigma_1, \dots, \sigma_s)$ — перестановка индексов, $s \leq d$, если выполняется:

$$S_{\sigma_i}(\vec{t}) \leq S_{\sigma_j}(\vec{t}), \vec{t} = (t_1, \dots, t_k)^T, \text{ для всех } 1 \leq i < j \leq s.$$

Мы предлагаем два подхода применения метода сравнений:

1. Использование метода для проверки слабого стохастического порядка $T_{\sigma_1} \leq_{\Delta}^{st} \dots \leq_{\Delta}^{st} T_{\sigma_s}$ при фиксированной перестановке индексов $(\sigma_1, \dots, \sigma_s)$.
2. Использование метода для поиска слабых стохастических порядков и подтверждения их статистической достоверности.

Для первого подхода используются сравнения $\psi^{(i,i+1)} = (\psi_1^{(i,i+1)}, \dots, \psi_k^{(i,i+1)})^T$, $i = 1, \dots, (s-1)$ вида:

$$\psi_j^{(i,i+1)} = S_{\sigma_i}(t_j) - S_{\sigma_{i+1}}(t_j), j = 1, \dots, k.$$

Мы подтверждаем фиксированный слабый стохастический порядок $T_{\sigma_1} \leq_{\Delta}^{st} \dots \leq_{\Delta}^{st} T_{\sigma_s}$ на уровне доверия $1 - \alpha$, если все совместные левосторонние доверительные интервалы для функций сравнений $\psi_j^{(i,i+1)}$, полученные методом Бонферрони, полностью лежат слева от нуля. Доверительные интервалы для каждого сравнения $\psi_j^{(i,i+1)}$, с учетом поправки, строятся на уровне доверия $1 - \alpha/k(s-1)$.

Для второго подхода используются сравнения $\psi^{(i,j)} = (\psi_1^{(i,j)}, \dots, \psi_k^{(i,j)})^T$, для всех $1 \leq i < j \leq d$ вида:

$$\psi_l^{(i,j)} = S_{\sigma_i}(t_l) - S_{\sigma_j}(t_l), l = 1, \dots, k.$$

Мы подтверждаем слабый стохастический порядок $T_{\sigma_i} \leq_{\Delta}^{st} T_{\sigma_j}$, если все совместные двусторонние доверительные интервалы для $\psi_l^{(i,j)}$, $l = 1, \dots, k$, полученные методом Бонферрони, полностью лежат слева от нуля, для $T_{\sigma_i} \geq_{\Delta}^{st} T_{\sigma_j}$ — полностью справа от нуля. Доверительные интервалы для каждого сравнения $\psi_l^{(i,j)}$, с учетом поправки, строятся на уровне доверия $1 - 2\alpha/kd(d-1)$.

Данный подход был применен для анализа результатов выполнения вычислительных задач в «Суперкомпьютерном центре «Политехнический» СПбПУ Петра Великого [3]. Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках госзадания «Разработка и исследование моделей машинного обучения для решения фундаментальных задач искусственного интеллекта в топливно-энергетическом комплексе» (FSEG-2024-0027).

Литература

1. Makashov A., Malov S., Kozlov A. Oncogenes, tumor suppressor and differentiation genes represent the oldest human gene classes and evolve concurrently // Scientific Reports. 2019. V. 9. P. 1–12.
2. Malov S., O'Brien S. On Survival Categorical Methods with Application in Epidemiology and AIDS Research // In Proceedings of the International Workshop AMSA2013, Novosibirsk, Russia, 2013, P. 173–180.
3. Страница «Суперкомпьютерного центра «Политехнический» СПбПУ Петра Великого: <https://scc.spbstu.ru>