

АНАЛИЗ СВОЙСТВ ПОЛУМЯГКОЙ ПОРОГОВОЙ ВЕЙВЛЕТ-ОБРАБОТКИ СИГНАЛА С ШУМОМ

Булгаков Арсений Владимирович

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: arsenijbulgakov@yandex.ru

Научный руководитель — Шестаков Олег Владимирович

Пусть на отрезке $[0, 1]$ задана функция $f(x)$. Рассматривается задача, где наблюдаемый сигнал X состоит из полезного сигнала f и аддитивного белого гауссовского шума ε . После применения дискретного вейвлет-преобразования получается сигнал X_W . Для оценки функции f может использоваться полумягкая (semi-soft или firm) пороговая обработка с параметрами T_1 и T_2 [2].

$$\rho_{SS}(x, T_1, T_2) = \begin{cases} x & \text{при } |x| > T_2, \\ \operatorname{sgn}(x) \frac{T_2(|x| - T_1)}{T_2 - T_1} & \text{при } T_1 < |x| \leq T_2, \\ 0 & \text{при } |x| \leq T_1, \end{cases}$$

Риск пороговой обработки $r_{SS}(f, T_1, T_2)$ определяется следующим образом:

$$r_{SS}(f, T_1, T_2) = \sum_{i=1}^N \mathbb{E}\{f_W[i] - \rho_{SS}(X_W[i])\}^2$$

Для жесткой и мягкой пороговой обработки известны несмещенные оценки функции риска, обладающие свойством состоятельности [1]. В данной работе приводится несмещенная оценка для полумягкой пороговой вейвлет-обработки, а также показывается, что она обладает свойством состоятельности.

Для функции риска $r_{SS}(f, T_1, T_2)$ можно использовать следующую оценку:

$$\tilde{r}_{SS}(f, T_1, T_2) = \sum_{i=1}^N \Phi_{SS}(X_W[i]),$$

где

$$\Phi_{SS}(u) = \begin{cases} u^2 - \sigma^2, & |u| \leq T_1 \\ \left(\frac{T_1(u-T_2)}{T_2-T_1}\right)^2 + \frac{T_2+T_1}{T_2-T_1}\sigma^2, & T_1 \leq u \leq T_2 \\ \left(\frac{T_1(u+T_2)}{T_2-T_1}\right)^2 + \frac{T_2+T_1}{T_2-T_1}\sigma^2, & -T_2 \leq u \leq -T_1 \\ \sigma^2, & |u| > T_2 \end{cases}$$

Теорема 1. При полумягкой пороговой обработке

$$\mathbb{E}\{\tilde{r}_{SS}(f, T_1, T_2)\} = r_{SS}(f, T_1, T_2)$$

Теорема 2. Пусть функция f кусочно регулярна. Пусть также $\exists \delta > 0 : \forall N > 0, T_2 - T_1 > \delta$. Тогда для любого $a > 0$ при $N \rightarrow \infty$

$$\frac{\tilde{r}_{SS}(f, T_1, T_2) - r_{SS}(f, T_1, T_2)}{N^{a+1/2}} \xrightarrow{P} 0$$

Литература

1. Маркин А. В., Шестаков О. В. О состоятельности оценки риска при пороговой обработке вейвлет-коэффициентов // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. – 2010. – № 1. – С. 26-34.
2. Vidacovic B. Statistical Modeling by Wavelets. — Wiley and Sons, 1999, 396 p..