

О НАСЛЕДУЕМОСТИ РАВНОМЕРНОСТИ ДРОБНОЙ ЧАСТЬЮ СВЕРТКИ В N-МЕРНОМ КАНОНИЧЕСКОМ АБСОЛЮТНО НЕПРЕРЫВНОМ СЛУЧАЕ

Андриянов Никита Антонович

Студент

Механико-математический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова,

Москва, Россия

E-mail: nikita.andriianov@math.msu.ru

Научный руководитель — Кондратенко Александр Евгеньевич

Свертка - часто возникающая в теории вероятностей операция, являющаяся суммой независимых случайных величин. Изучение ее свойств может быть полезно для многих смежных исследований.

Напомним формулу свертки для независимых абсолютно непрерывных случайных величин ξ и η с плотностями $p_\xi(x)$ и $p_\eta(x)$:

$$p_{\xi+\eta}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_\xi(t)p_\eta(x-t)dt$$

Ранее было показано, что дробная часть свертки с равномерной на отрезке случайной величиной тоже будет равномерна на этом отрезке [1]. Далее был доказан аналог этой теоремы в двумерном случае для квадрата [3].

В этой работе результат обобщен на случай произвольной конечной размерности. Для его описания нужно ввести новые определения.

Определение Канонической областью назовем n -мерный прямой параллелепипед $[l_1, L_1] \times [l_2, L_2] \times \dots \times [l_n, L_n]$ со сторонами параллельными осям координат (n совпадает с размерностью пространства).

Определение Дробной частью действительного вектора $(a_1, \dots, a_n)$ назовем вектор дробных частей его компонент $(\{a_1\}, \dots, \{a_n\})$ (где дробные части в смысле [2]), будем его обозначать через $\{a_1, \dots, a_n\}$.

Теорема 1. Пусть $\xi \sim R([l_1, L_1] \times [l_2, L_2] \times \dots \times [l_n, L_n])$, $\eta \in \mathbb{R}^n$ - произвольная случайная величина, где $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$, причем с.в. ξ и η независимы.

Тогда $\{\xi + \eta\}$ распределена равномерно на множестве $[l_1, L_1] \times [l_2, L_2] \times \dots \times [l_n, L_n]$.

Итогом служит максимально возможное без введения неестественной операций взятия дробной части обобщение предыдущих малоразмерных результатов, полученное для произвольной конечной размерности.

Литература

1. *Кондратенко А. Е., Соболев В. Н.* О максимизации энтропии при свертке с равномерным распределением // Вестник Дагестанского государственного университета. Серия 1: Естественные науки. — 2022. — Т. 37, № 1. — С. 7–11
2. *Кондратенко А. Е., Соболев В. Н.* Обобщение и унификация понятий остатка от деления и дробной части, максимизация энтропии дробной части свертки с равномерным распределением // Вестник Тверского государственного университета. Серия: Прикладная математика, издательство Твер. гос. ун-т (Тверь), № 1, с. 45-52.
3. *Андрянов Н.А., Кондратенко А.Е., Соболев В.Н., Ульяновцев Я.А.* О максимизации энтропии при свертке с равномерным распределением в двумерном случае // Вестник Дагестанского государственного университета. Серия 1: Естественные науки. — 2024. — Т. 39, № 1. — с. 37-43