Сравнение эволюционных алгоритмов в решении задачи оптимального управления для робота с автомобильной кинематикой

Громов Иван Анатольевич

Аспирант

Вычислительный центр ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

E-mail: 8357743@gmail.com

***Научный руководитель** — Шмалько Елизавета Юрьевна*

Робот с автомобильной кинематикой — пример неголономной системы, решение задачи поиска оптимального управления для которой, особенно с учетом фазовых ограничений, затруднительно с помощью аналитических методов. В работе рассматривается решение задачи оптимального управления для подобного робота с использованием прямого подхода на основе эволюционных алгоритмов.

Задана модель кинематики робота в нормальной форме Коши (1) с фазовыми ограничениями (2):

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ \dfrac{\tan(\varphi)}{l_{\text{base}}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}, \tag{1}$$

$$\begin{cases} |\varphi| \le \varphi_{\max} \\ \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} < v_{\max} \\ |\dot{\theta}| < \dot{\theta}_{\max} \end{cases}, \tag{2}$$

где $\mathbf{x} = [x, y, \theta, \varphi]$ — вектор состояния, $\mathbf{u} = [v, \omega]$ — вектор управления. При этом, (x, y, θ) — координаты центра задней оси робота и его ориентация в глобальной системе координат, φ — средний угол поворота передних колёс, v — целевая продольная скорость, ω — целевая угловая скорость поворота рулевого механизма, l_{base} — колёсная база робота, а $\varphi_{\max}, v_{\max}, \dot{\theta}_{\max}$ — предельные средний угол поворота передних колёс, продольная и угловая скорости робота соответственно.

Для вектора состояния заданы начальные и терминальные условия: $\mathbf{x^0} = \mathbf{x}(0)$, $\mathbf{x^f} = \mathbf{x}(t^f)$, где t^f - фактическое терминальное время окончания процесса управления.

Задан критерий качества решения $\mathbf{u}(t)$ в виде функционала, вычисляемого путем интегрирования модели (1):

$$J(\mathbf{u}(t)) = k_1 J_1 + k_2 J_2 + k_3 J_3, \tag{3}$$

где k_1, k_2, k_3 — произвольные весовые коэффициенты;

$J_1 = t^f$ — общее время процесса упраления;

$J_2 = \|\mathbf{x^f} - \mathbf{x}(t^f)\|$ — ошибка попадания робота в терминальное состояние;

$J_3 = \int_0^{t^f} h(\sum_{i=1}^{s} h(r_i^2 - (x(t)^2 - x_i)^2 - (y(t)^2 - y_i)^2)\,dt$ — штраф за столкновение робота с препятствиями радиусов r_i и с центрами в точках (x_i, y_i) соответственно, где h — функция Хевисайда.

Решением задачи является некоторая функция $\tilde{\mathbf{u}}(t)$, обеспечивающая минимум функционала (3). Поиск такой функции — задача бесконечномерной оптимизации. Путём параметризации функции $\tilde{\mathbf{u}}(t)$ как кусочно-линейной функции с фиксированным количеством равных интервалов, задача бесконечномерной оптимизации сводится к поиску матрицы оптимальных параметров конечной размерности $(n+1) \times 2$:

$$\begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1(n+1)} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2(n+1)} \end{pmatrix}, \tag{4}$$

где n — количество интервалов, q_{ij} — ордината i-й компоненты кусочно-линейной вектор-функции управления $\tilde{\mathbf{u}}(t)$ в начале j-го интервала. Внутри каждого интервала $((j-1)\frac{t^f}{n}, j\frac{t^f}{n})$ каждая компонента параметризованной функции $\tilde{\mathbf{u}}(t) = (\tilde{u_1}(t), \tilde{u_2}(t))$, задаётся линейной функцией:

$$\tilde{u_i}(t) = q_{ij} + \frac{(q_{i(j+1)} - q_{ij})n}{t^f}(t - (j-1)\frac{t^f}{n}). \tag{5}$$

Поиск минимума функционала (3) на пространстве параметров представляет собой задачу многомерной невыпуклой оптимизации, решение которой, согласно результатам прикладных исследований [1], осуществимо путём применения эволюционных алгоритмов. Согласно теореме «no free lunch theorem», выбор алгоритма зависит от решаемой задачи. В данной работе были рассмотрены такие эволюционные алгоритмы, как метод роя частиц [2], метод имитации отжига [3] и метод дифференциальной эволюции [4].

С целью сравнения эффективности эволюционных алгоритмов друг с другом был проведен вычислительный эксперимент, для которого все алгоритмы были поставлены в одинаковые условия. Был сформирован набор моделей окружающей среды с разным расположением препятствий при одних и тех же начальных и терминальных условиях для вектора состояния робота. Для каждой модели окружающей среды методом перебора были определены наиболее выгодные гиперпараметры каждого из алгоритмов, причём, гиперпараметры определялись таким образом, чтобы алгоритмы требовали равный объём вычислительных ресурсов, измерявшийся в количестве вычислений функционала (3).

В результате эксперимента были определены математическое ожидание и стандартное отклонение достигаемого значения функционала для каждого из алгоритмов. Они приведены в таблице ниже.

Метод оптимизации	Среднее значение функционала	Стандартное отклонение значений функционала
Метод роя частиц	13.401	3.981
Алгоритм имитации отжига	20.919	8.123
Метод диф. эволюции	23.261	5.331

Как можно видеть, наилучшие результаты в задаче поиска субоптимальных параметров (4) удалось достичь, при одном и том же объеме вычислений, с помощью метода роя частиц, из чего можно сделать вывод о том, что среди представленных методов для решения задачи поиска субоптимального управления роботом с автомобильной кинематикой именно этот метод подходит в наибольшей степени.

Литература

1. Дивеев А. И., Шмалько Е. Ю. К практической реализации решения задачи оптимального управления // Надежность и качество сложных систем. 2020. № 2 (30). С. 37–46.
2. Kennedy J., Eberhart R. Particle swarm optimization // Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks, Perth, WA, Australia, ieee, 1995, T. 39, P. 1942–1948.
3. Bertsimas D., Tsitsiklis J. Simulated annealing // Statistical science. 1993. T. 8, № 1. P. 10-15.
4. Qin A. K., Huang V. L., Suganthan P. N. Differential evolution algorithm with strategy adaptation for global numerical optimization // IEEE transactions on Evolutionary Computation. 2008. T. 13, № 2. P. 398–417.