Эффективное 3D восстановление медицинских изображений с малым числом проекций на основе 2D диффузионных моделей с априорами кривизны

Чжоу Цин
Студент
Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: zhouqing@cs.msu.ru

Научный руководитель — *Терновский Владимир Владимирович*

Реконструкция медицинских изображений из частичных измерений - важная обратная задача в КТ и МРТ. Существующие модели диффузии эффективны для 2D, но применимы к 3D с высокой вычислительной стоимостью. В этой работе предложен метод 3D реконструкции из редких видов, использующий предварительно обученные 2D модели диффузии и регуляризацию кривизны. Метод сочетает итеративную реконструкцию с ADMM и шаги денойзинга моделей диффузии. Регуляризация кривизны улучшает согласованность реконструкции вдоль оси z. Эксперименты показали улучшения в сохранении деталей и структурной целостности при ограниченных углах КТ, с повышением PSNR и SSIM на 15% по сравнению с базовыми методами.

Для реконструкции используется обратный процесс 2D модели диффузии, который восстанавливает изображение, минимизируя разницу между добавленным шумом и истинными данными.

$$\mathrm{d}\boldsymbol{x} \simeq -\frac{\mathrm{d}[\sigma^2(t)]}{\mathrm{d}t} s_\theta^*(\boldsymbol{x}(t), t)\,\mathrm{d}t + \sqrt{\frac{\mathrm{d}[\sigma^2(t)]}{\mathrm{d}t}}\,\mathrm{d}\bar{\boldsymbol{w}}. \tag{1}$$

где $s_\theta^*(\boldsymbol{x}(t), t)$ — это обученная нейронная сеть, которая оценивает остаточный шум на каждом шаге времени.

Медицинские системы визуализации, моделируются с использованием линейного прямого уравнения:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{n}, \tag{2}$$

где $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^m$ представляет измеренные данные, $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ — это изображение, которое нужно восстановить, $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ — это матрица преобразования системы, а $\boldsymbol{n}$ обозначает шум измерений.

Задача оптимизации формулируется как:

$$\min_{\boldsymbol{x}} \left\{ \frac{1}{2}\|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{u}\|_2^2 + \mathcal{R}(\kappa(\boldsymbol{u})) \right\}, \tag{3}$$

где $\mathcal{R}(\kappa(\boldsymbol{u}))$ — это регуляризационный член кривизны, а κ представляет среднюю кривизну. Конкретно: $\mathcal{R}(\kappa(\boldsymbol{u})) = \lambda \int_\Omega g(\kappa)|\nabla \boldsymbol{u}| \,\mathrm{d}\boldsymbol{x}$, $g(\kappa)$ — функция, зависимая от кривизны, для примера мы возьмем TAC ($g(\kappa) = (1 + \alpha|\kappa|)$).

Для решения задачи минимизации с регуляризацией кривизны используется метод ADMM. Вводим вспомогательные переменные $\boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{w}$:

$$\begin{cases} \min\limits_{\boldsymbol{u},\boldsymbol{v},\boldsymbol{w}} \frac{1}{2} \|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{u}\|_2^2 + \lambda \int_\Omega (1 + \alpha|\kappa|)|\boldsymbol{w}| d\boldsymbol{x}, \\ \qquad \text{subject to} \quad \mathrm{v} = \nabla \mathrm{u}, \quad \mathrm{w} = \mathrm{v}. \end{cases} \tag{4}$$

Аугментированная функция Лагранжа:

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}) = \frac{1}{2} \|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{u}\|_2^2 + \lambda \int_\Omega (1 + \alpha|\kappa|)|\boldsymbol{w}| \,\mathrm{d}\boldsymbol{x} \\ + \boldsymbol{p}^T(\boldsymbol{v} - \nabla \boldsymbol{u}) + \frac{\mu}{2} \|\boldsymbol{v} - \nabla \boldsymbol{u}\|_2^2 \\ + \boldsymbol{q}^T(\boldsymbol{w} - \boldsymbol{v}) + \frac{\eta}{2} \|\boldsymbol{w} - \boldsymbol{v}\|_2^2. \end{aligned} \tag{5}$$

1. Обновление $\boldsymbol{u}$,$\boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{w}$:

$$\boldsymbol{u}^{k+1} = (\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{A} + \mu\nabla^T\nabla)^{-1} \left(\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{y} + \mu\nabla^T \left(\boldsymbol{v}^k + \frac{\boldsymbol{p}^k}{\mu} \right) \right). \tag{6}$$

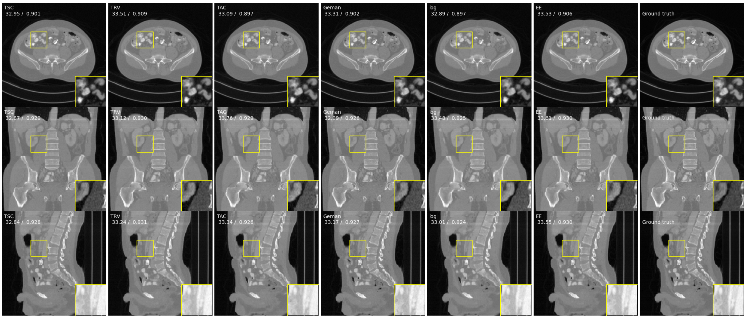
$$\boldsymbol{v}^{k+1} = \frac{\mu \left(\nabla \boldsymbol{u}^{k+1} - \frac{\boldsymbol{p}^k}{\mu} \right) + \eta \left(\boldsymbol{w}^k + \frac{\boldsymbol{q}^k}{\eta} \right)}{\mu + \eta}. \tag{7}$$

$$\boldsymbol{w}^{k+1} = \mathcal{S}_{\frac{\lambda(1+\alpha|\kappa|)}{\eta}} \left(\boldsymbol{v}^{k+1} - \frac{\boldsymbol{q}^k}{\eta} \right), \quad \mathcal{S}_\tau(\boldsymbol{z}) = \frac{\boldsymbol{z}}{|\boldsymbol{z}|} \max(|\boldsymbol{z}| - \tau, 0). \tag{8}$$

2. Обновление множителей Лагранжа:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}^{k+1} &= \boldsymbol{p}^k + \mu(\boldsymbol{v}^{k+1} - \nabla \boldsymbol{u}^{k+1}), \\ \boldsymbol{q}^{k+1} &= \boldsymbol{q}^k + \eta(\boldsymbol{w}^{k+1} - \boldsymbol{v}^{k+1}). \end{aligned} \tag{9}$$

Иллюстрации



Результаты реконструкции на наборе данных LDCT с 8 видами: аксиальные, сагиттальные и коронарные срезы, с использованием различных методов регуляризации кривизны.

Литература

1. Yang Song, Jascha Sohl-Dickstein, Diederik P. Kingma, Abhishek Kumar, Stefano Ermon, and Ben Poole. “Score-based generative modeling through stochastic differential equations.” In 9th International Conference on Learning Representations, ICLR, 2021.
2. L. Liu, “Model-based iterative reconstruction: a promising algorithm for today’s computed tomography imaging,” Journal of Medical Imaging and Radiation Sciences, vol. 45, no. 2, pp. 131–136, 2014.
3. Chambolle and T. Pock, “Total roto-translational variation,” Numerische Mathematik, vol. 142, pp. 611–666, 2019.
4. Y. Liu, F. Shang, H. Liu, L. Kong, L. Jiao, and Z. Lin, “Accelerated variance reduction stochastic admm for large-scale machine learning,” IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 43, no. 12, pp. 4242–4255, 2020.
5. C. H. McCollough, A. C. Bartley, R. E. Carter, B. Chen, T. A. Drees, P. Edwards, D. R. Holmes III, A. E. Huang, F. Khan, S. Leng et al., “Low-dose CT for the detection and classification of metastatic liver lesions: results of the 2016 low dose CT grand challenge,” Medical Physics, vol. 44, no. 10, pp. e339–e352, 2017.