
Моделирование межвидовой и внутривидовой конкуренции в популяционной экологии

Тань Шэнцзе

Студент 4 курса бакалавриата

Факультет ВМК МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, КНР

E-mail: 3296195384@qq.com

Научный руководитель — Семендяева Наталья Леонидовна

Математические модели межвидовой и внутривидовой конкуренции играют ключевую роль в популяционной экологии. Как правило, они строятся на основе классической модели Лотки-Вольтерры «хищник-жертва» [1-2], которая представляет собой систему двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) для переменных, соответствующих численности жертв и хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = k_1x - k_2xy, \\ \frac{dy}{dt} = k_2xy - k_3y. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь t – время [ед.врем.], k_1 , k_2 , k_3 – скорости рождения и гибели жертв и хищников [особей/ед.врем.]. Для учёта межвидовой и внутривидовой конкуренции двух биологических видов в данной работе рассмотрена расширенная математическая модель Лотки-Вольтерры:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = k_1x - b_{11}x^2 - b_{12}xy, \\ \frac{dy}{dt} = k_2y - b_{22}y^2 - b_{21}xy, \end{cases} \quad (2)$$

Здесь k_1 , k_2 – скорости рождения особей двух видов, b_{11} , b_{22} , b_{12} , b_{21} – скорости гибели особей в результате внутривидовой и межвидовой конкуренции [особей/ед.врем.] [3]. Задача рассматривается на множестве $\Omega = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0 \right\}$, начальные условия $x(0) = x_0$, $y(0) = y_0$.

Целью данной работы является исследование различных динамических режимов сосуществования двух биологических видов, связанных отношениями межвидовой и внутривидовой конкуренции. Аналитические исследования показали, что система (2) может иметь не более четырёх точек покоя. Первая точка покоя находится в начале координат и имеет тип неустойчивый узел. Вторая точка по-

коя с координатами $\left(\frac{k_1}{b_{11}}, 0\right)$ и третья точка покоя с координатами $\left(0, \frac{k_2}{b_{22}}\right)$ расположены на координатных осях. Их тип зависит от значений параметров модели: они могут быть либо устойчивыми узлами, либо седлами. Тип четвёртой точки покоя с координатами $\left(\frac{k_2 b_{12} - k_1 b_{22}}{b_{21} b_{12} - b_{11} b_{22}}, \frac{k_1 b_{21} - k_2 b_{11}}{b_{21} b_{12} - b_{11} b_{22}}\right)$ при её попадании в область Ω также зависит от значений параметров: она может иметь характер либо устойчивого узла, либо седла.

Поскольку сосуществование двух конкурирующих видов наблюдается в достаточно узкой области параметров, представляет интерес модифицировать математическую модель (2), включив в неё, например, ограничения на ресурсы, чтобы расширить её возможности при описании реальных экосистем.

Литература

1. A. J. Lotka. Analytical note on certain rhythmic relations in organic systems // Proc. Natl. Acad. Sci. U.S., 1920, V. 6, P. 410.
2. Volterra V. Leçons sur la theori mathematique de la lutte pour la vie, Paris: Gauthier-Villars, 1931.
3. А. Д. Базыкин. Математическая биофизика взаимодействующих популяций, Москва, Наука, 1985.