
**Качественный анализ математической модели симбиоза
двух видов биологической системы**

Ли Синъюй

Студентка, 4 курс бакалавриата

Факультет ВМК МГУ-ППИ, Шэньчжэнь, КНР

E-mail: lixinrui0229@gmail.com

Научный руководитель — Семендяева Наталья Леонидовна

Одним из основных типов межвидовых отношений в биологии являются отношения мутуализма – обоюдовойгодной разновидности симбиоза [1]. Динамику двух видов, связанных отношениями мутуализма, нередко описывают системой двух обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), являющейся обобщением классической модели Лотки-Вольтерры «хищник-жертва» [2],[3]:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = k_1xy - k_3x, \\ \frac{dy}{dt} = k_2xy - k_4y. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь x, y – численность двух взаимодействующих видов, $x \geq 0, y \geq 0$; k_1, k_2, k_3, k_4 [особей/ед. врем.] – скорости рождения и гибели особей разных видов, соответственно. Для системы (1) ставится задача Коши с начальными условиями $x(0) = x_0, y(0) = y_0$. Существенным недостатком модели (1) является нарушение закона сохранения массы: при определённых начальных условиях оба вида неограниченно размножаются.

Для устранения этого недостатка в данной работе предложена модифицированная математическая модель симбиоза двух видов биологической системы, представляющая собой систему ОДУ для концентраций особей:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = k_1xy(1 - x - y) - k_3x, \\ \frac{dy}{dt} = k_2xy(1 - x - y) - k_4y. \end{cases} \quad (2)$$

Задача рассматривается на симплексе $\Omega = \{x \geq 0, y \geq 0\}$. Аналитические исследования показали, что система (2) может иметь не более трёх точек покоя. Однопараметрический анализ подтвердил

существование области множественности стационарных состояний. В этой области одна точка покоя находится в начале координат и имеет тип устойчивого узла. Вторая точка покоя имеет тип седла. Третья точка покоя в зависимости от значений параметров модели может иметь характер либо устойчивого узла, либо устойчивого фокуса.

Для получения более широкого спектра разнообразных динамических режимов в модели мутуализма двух взаимодействующих биологических видов необходимо использовать более сложные математические модели, включающие, например, межвидовую и внутривидовую конкуренцию.

Литература

1. А. Д. Базыкин. Математическая биофизика взаимодействующих популяций, Москва, Наука, 1985.
2. A. J. Lotka. Analytical note on certain rhythmic relations in organic systems // Proc. Natl. Acad. Sci. U.S., 1920, V. 6, P. 410.
3. Volterra V. Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie, Paris: Gauthier-Villars, 1931.