

НЕЛОКАЛЬНАЯ РЕАКЦИОННО-ДИФФУЗИОННАЯ МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ ВИРУСА

Шмырин Михаил Сергеевич

Студент

*Математический институт имени С. М. Никольского РУДН, Москва,
Россия*

E-mail: shmyrinmichail@yandex.ru

Научный руководитель — Неверова Дарья Андреевна

Рассматривается реакционно-диффузионная модель эволюции вируса и его взаимодействия с иммунной системой:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = aV - (\beta_1 + \beta_2 J(C))W, \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = D \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + bW - (\gamma_1 + \gamma_2 J(C))V, \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = kV - \sigma C. \quad (3)$$

где функции $W(x, t)$, $V(x, t)$ и $C(x, t)$ — концентрации инфицированных клеток, вирусных частиц и иммунных клеток соответственно. Нелокальное взаимодействие определяется интегральным оператором

$$J(C) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x - y)C(y, t) dy,$$

характеризующим перекрёстную реактивность иммунного ответа.

Первый член в уравнении (1) описывает инфицирование клеток вирусом, второй — гибель инфицированных клеток под действием иммунитета и естественных причин. В уравнении (2) диффузионный член отражает мутации вируса, второй — продукцию вируса инфицированными клетками, третий — его естественную гибель и нейтрализацию иммунной системой. Уравнение (3) описывает динамику иммунных клеток, стимулируемых вирусом, и их естественную гибель.

Изучены однородные стационарные решения (не зависящие от x). Существуют два типа решений: тривиальное $(0, 0, 0)$ и положительное (W_*, V_*, C_*) , где $W_* = \frac{aV_*}{\beta_1 + \beta_2 C_*}$, $C_* = \frac{k}{\sigma} V_*$ а концентрация вируса определяется уравнением: $ab - (\gamma_1 + \gamma_2 \frac{k}{\sigma} V_*) (\beta_1 + \beta_2 \frac{k}{\sigma} V_*) = 0$.

Определено базовое репродуктивное число модели: $R = \frac{ab}{\beta_1 \gamma_1}$. До-

казана следующая теорема:

Теорема 1. *Положительное стационарное решение существует тогда и только тогда, когда $R > 1$. Тривиальное решение устойчиво при $R < 1$.*

Построено численное решение, демонстрирующее распространение вируса в виде двух расходящихся фронтов (бегущих волн). Построена бифуркационная диаграмма.

Литература

1. Bessonov, N., Bocharov, G., Meyerhans, A., Popov, V., Volpert, V. Existence and Dynamics of Strains in a Nonlocal Reaction-Diffusion Model of Viral Evolution // SIAM Journal on Applied Mathematics. 2021. Vol. 81, No. 1. P. 107–128.
2. Bessonov, N., Bocharov, G., Volpert, V. Space and Genotype-Dependent Virus Distribution during Infection Progression // Mathematics. 2021. Vol. 10, No. 1. P. 96.
3. Domingo, E., Perales, C. Quasispecies and virus // Eur Biophys J. 2018. Vol. 47, No. 4. P. 443–457.
4. Leon, C., Kutsenko, I., Volpert, V. Existence of solutions for a nonlocal reaction-diffusion equation in biomedical applications // Israel Journal of Mathematics. 2022. Vol. 248, No. 1. P. 67–93.