# Численное моделирование столкновений твердых тел с ледовым полем разрывным методом Галеркина

***Фролов Александр Сергеевич***

*Аспирант*

*Московский физико-технический институт, Москва, Россия*

*E-mail:* frolov.as@phystech.edu

***Научный руководитель*** *— Петров Игорь Борисович*

Представлены результаты построения численной модели столкновения твердого тела с ледовым полем. В качестве физической модели среды используется модель Прандтля–Рейсса с условием текучести Мизеса [1]:

$$\rho\frac{dv_i}{dt} = \nabla_j\sigma_{ij}, \quad \sigma_{ij} = q_{ijkl}\varepsilon_{kl},$$

$$q_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \frac{\mu I\sigma_{ij}\sigma_{kl}}{k^2},$$

где

$$I = 0, \text{ if } \sigma_{\text{vm}} < k;\ 1, \text{ if } \sigma_{\text{vm}} \geq k.$$

Здесь $v_i$ – компоненты скорости среды в данной точке, $\sigma_{ij}$ – компоненты тензора напряжений Коши, $\varepsilon_{ij}$ - компоненты тензора деформаций, $\rho$ - плотность, $\lambda, \mu$ – параметры Ламе; $\sigma_{\text{vm}}$ — напряжения фон Мизеса, $k = k_0 + \alpha p$ — так называемый предел текучести на сдвиг, $k_0$, $\alpha$ — параметры материала, отвечающие за наступление пластического течения и хрупкость материала, $p = -\sigma_{ii}/3$ — давление.

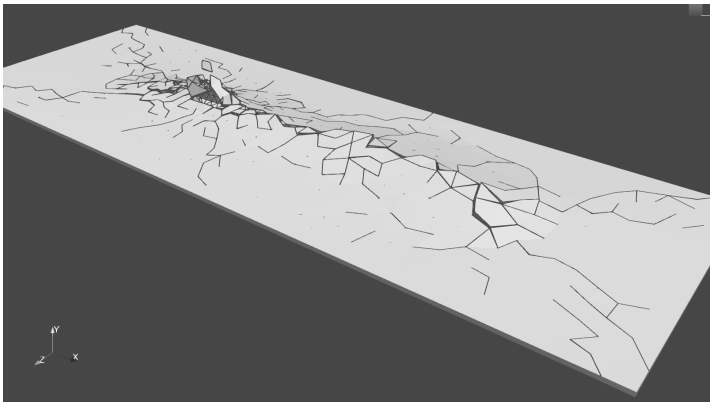
Приведенные уравнения интегрировались разрывным методом Галеркина с использованием метода расщепления по физическим процессам [2]: сначала производится оценка напряжений в чисто упругом случае, а затем, при их выходе за поверхность текучести, производится перерасчет напряжений. На боковой поверхности льда использовались поглощающие граничные условия; все остальные границы были заданы как свободные. Между внутренними ячейками тел задано контактное условие полного слипания, при появлении динамического контакта на границе двух тел использовалось условие свободного скольжения.

Физические параметры сред для моделирования взяты из [3]: для

льда – модуль Юнга $E$ ГПа, $\rho = 920$кг/м$^3$, модуль сдвига $G = 1.87$ ГПа, предел прочности на растяжение $\sigma_T = 1.2$ МПа, порог пластичности $k_0 = 2.2$ МПа, параметр $\alpha = 0.1$. Для налетающего тела модуль Юнга $E = 200$ ГПа, модуль сдвига $G = 75$ ГПа, плотность менялась в зависимости от необходимой массы тела для разных экспериментов.

В результате получены поля скоростей и напряжений в телах для каждого момента времени. Для оценки сопротивления льда при ударе и продавливании использовались суммарные нормальные напряжения на теле.

**Иллюстрации**



Пример разрушения льда при ударе двухступенчатым индентором

**Литература**


1. Иванов В. Д., Кондауров В. И., Петров И. Б., Холодов А. С. Расчет динамического деформирования и разрушения упругопластических тел сеточно–характеристическими методами // Матем. Моделирование. 1990. Т. 2. № 11. С. 10–29.
2. Миряха В. А. Численное моделирование волновых и деформационных процессов в упругих и упруго–пластических средах разрывным методом Галеркина: дис. ... канд. физ–мат. наук. М., 2015.
3. Лобанов В. А. Моделирование льда в задачах с конечно–элементной постановкой // Дифференциальные уравнения и процесы управления. 2008. № 4. С. 10–29.