**АЛГОРИТМ МАЛОЙ ДЕФОРМАЦИИ МАТРИЦЫ С
КРАТНЫМИ СОБСТВЕННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ С
ЦЕЛЬЮ ПРИВЕДЕНИЯ ИХ К ПРОСТЫМ**

Дмитриев Николай Николаевич

Студент

*Факультет Автоматики и вычислительной техники РГУ нефти и газа
(НИУ) имени И. М. Губкина, Москва, Россия*

E-mail: volk33dn@yandex.ru

Научный руководитель — Карманов Анатолий Вячеславович

При численном решении прикладных задач, чьи методы решения описываются моделями, представленными Марковским процессом, может возникнуть следующая ситуация: сложность структуры алгоритмов решения таких задач зависит от наличия кратных собственных значений некоторых действительных матриц. При этом структура алгоритмов значительно упрощается в случае, когда упомянутые матрицы имеют простые собственные числа. В настоящей работе предлагается численный метод, позволяющий с помощью «малой» деформации матрицы, имеющей кратные собственные числа, перейти к матрице с простыми собственными числами. Приводится алгоритм и вычислительная программа, позволяющие осуществить такую «малую» деформацию, основываясь на теореме Шура [1]. Кроме того, такая «малая» деформация может быть осуществлена при помощи деформирующей матрицы, у которой все элементы имеют порядок машинного нуля в ЭВМ. Также стоит отметить, что проблема кратных собственных значений встречается довольно часто и в других естественных науках. Например, в вычислительной математике для быстрого и наиболее простого возведения матрицы в степень используется приведение матрицы к диагональному виду при отсутствии кратных собственных значений или если собственные векторы образуют базис, при решении систем линейных дифференциальных уравнений кратные собственные значения значительно усложняют процесс поиска решения. Кроме того, часто приходится работать не с реальными данными, а с их приближениями, которые могут повлечь за собой существование кратных собственных значений, ранее не предполагавшихся [2]. Приведенный алгоритм небольшой деформации матрицы решает эту и другие задачи кратных собственных значений. Для исходной матрицы A с кратными собственными значениями подбирается такая матрица E , называемая деформацией матрицы A и имеющая достаточно малую норму, что сумма матриц A

и E имеет простые собственные значения [3]. Этот результат может быть использован, например, в задачах теории случайных марковских процессов, квантовой физике и вычислительной математике. В литературе как в отечественной, так и зарубежной такие задачи деформации матрицы рассматриваются редко и, в основном, они формулируются для конкретных прикладных задач и специальных видов матриц. Приводимый алгоритм решает задачу для почти всех видов матриц с кратными собственными значениями, что, таким образом, является обобщением всех специальных задач и, следовательно, является важным результатом как с теоретической точки зрения, так и с практической.

Литература

1. Прасолов В. В. Задачи и теоремы линейной алгебры. Москва: МЦНМО, 2016.
2. Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. Санкт-Петербург: Лань, 2022.
3. Braman K., Byers R., Mathias R. The Multishift QR Algorithm. Part I: Maintaining Well-Focused Shifts and Level 3 Performance, SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, 2002, V. 23, № 4. P. 929–947.