

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАЛОРАНГОВЫХ  
АППРОКСИМАЦИЙ В ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ  
ФУНКЦИИ-ИСТОЧНИКА В УРАВНЕНИИ  
КОАГУЛЯЦИИ-ДРОБЛЕНИЯ СМОЛУХОВСКОГО**

*Закс Роберт Тамазович*

*Студент*

*Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: zaks.robert@bk.ru*

*Научный руководитель — Матвеев Сергей Александрович*

Уравнения коагуляции и дробления вещества широко используются для фундаментальных исследований и инженерных приложений в разнообразных научных и производственных областях. Среди фундаментальных областей использования таких уравнений можно найти задачи астрофизики, роста кристаллических структур, образования ультрадисперсных частиц в атмосфере.

Процессы коагуляции и дробления вещества принято описывать при помощи уравнений типа Смолуховского [1]

$$\begin{aligned} \frac{\partial c(x, t)}{\partial t} = & \frac{1}{2} \int_0^x K(x-y, y) c(x-y, t) c(y, t) dy - \\ & - c(x, t) \int_0^{+\infty} K(x, y) c(y, t) dy + \int_x^{+\infty} \Psi(y, x) c(y, t) dy - \\ & - \frac{c(x, t)}{x} \int_0^x y \Psi(x, y) dy + v(x, t), \quad x \geq 0, t > 0, \end{aligned}$$

где функция  $c(x, t) \geq 0$  задает концентрацию частиц массы  $x$  на единицу объема в момент времени  $t$ . Известные из физики процесса функции  $K(x, y) \geq 0, \Psi(x, y) \geq 0$ , характеризующие частоту слияния и дробления, называются ядрами коагуляции и дробления, соответственно. Положительные значения функции  $v(x, t)$ , называемой функцией источника, соответствуют концентрации частиц массы  $x$ , прибывших в систему извне в момент времени  $t$ , а отрицательные значения соответствуют концентрации частиц массы  $x$ , покинувших систему в момент времени  $t$ .

В данной работе рассмотрена обратная задача по восстановле-

нию функции источника  $v(x, t)$  по известной концентрации частиц в моменты времени  $t = 0$  и  $t = T$ .

Метод решения данной задачи был впервые рассмотрен в статье [2]. Данная работа посвящена внедрению в этот метод решения обратной задачи алгоритмов на основе малоранговых представлений ядер коагуляции и дробления, позволяющих ускорить вычисления в тысячи раз без потери точности исходного алгоритма.

Идея использования малоранговых представлений ядер коагуляции ранее успешно применялась в прямых задачах для уравнения Смолуховского [3], однако, поскольку структура возникающих линейных операторов в алгоритме решения задачи о восстановлении функции источника близка к структуре исходного оператора Смолуховского, удалось применить описанный подход в рассматриваемом случае.

Работа выполнена при поддержке проекта Российского научного фонда 25-21-00047, <https://rscf.ru/project/25-21-00047/>.

### Литература

1. Алоян А. Е. Динамика и кинетика газовых примесей и аэрозолей в атмосфере. М.: ИВМ РАН, 2002.
2. Agoshkov V. I., Dubovski P. B. Solution of the reconstruction problem of a source function in the coagulation-fragmentation equation // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. V.17, №4. P. 319-330, 2002.
3. Matveev S. A., Smirnov A. P., Tyrtysnikov E. E. A fast numerical method for the Cauchy problem for the Smoluchowski equation // Journal of Computational Physics. T. 282, C. 23-32, 2015.