

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОТОКОВ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРЕВЕ

Алмазова Елизавета Андреевна

Студент

Факультет ФМиЕН РУДН имени П. Лумумбы, Москва, Россия

E-mail: almazelizaveta@yandex.ru

Научный руководитель — *Лазарева Галина Геннадьевна*

Современные технологии предусматривают использование плазмы как основного вещества при управляемом термоядерном синтезе. Под действием сил магнитного поля большая часть плазмы остается в установке без прикосновения к ее холодным стенкам, а значит, обеспечивается хорошая теплоизоляция. Однако подобным образом невозможно удерживать абсолютно все частицы [3]. Столкновения частиц со стенками приводят к их нагреву, что может стать причиной эрозии. Сейчас сложно доказательно утверждать, каково распределение возникающего термотока в системе «образец-газ», в каких ее частях наблюдается хорошая проводимость и высокое напряжение. В этих условиях становится очевидной актуальность численного моделирования этих процессов.

В данной работе мы будем изучать стационарное распределение термотокков при импульсном нагреве образца вольфрама, схема эксперимента представлена на рисунке 1. Задача только в области образца уже была решена ранее [4]. Целью исследования ставится построение дискретной модели и написание алгоритма для моделирования распределения термотокков при импульсном нагреве в образце и газе. В отличие от [1], для решения уравнения используется метод Зейделя и изменен метод регуляризации. Пусть на среду наложены дополнительные условия: удельное сопротивление ρ_e и термоэдс S постоянны в металле и газе, тогда решение задачи сводится к решению уравнения (1):

$$\frac{\partial^2 I}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial z^2} + \frac{\partial I}{\partial r} \frac{\partial \ln(\rho_e/r)}{\partial r} + \frac{\partial I}{\partial z} \frac{\partial \ln(\rho_e/r)}{\partial z} = -\frac{2\pi r}{\rho_e} \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial S}{\partial z}. \quad (1)$$

Можно заметить, что в такой постановке задача сводится к формированию возмущения на границе раздела сред. На поверхности образца, обозначенной осью $z = z_0$, $\frac{\partial S}{\partial z}$ и $\frac{\partial \ln(\rho_e/r)}{\partial z}$ имеют разрыв, а значит, требуют сглаживания. Для этого используем дельта-функцию Дирака [2; 5] и сигмоиду соответственно, получая уравне-

ние (2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 I}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial z^2} + \frac{\partial I}{\partial r} \frac{\partial \ln(\rho_e/r)}{\partial r} + \frac{\partial I}{\partial z} \left(\left\{ \frac{\partial \ln(\rho_e/r)}{\partial z} \right\} \Big|_{z \leq z_0 - \epsilon, z \geq z_0 + \epsilon} + \right. \\ \left. \left\{ \frac{\partial P(\rho_e/r)}{\partial z} \right\} \Big|_{z_0 - \epsilon < z < z_0 + \epsilon} \right) = - \frac{2\pi r}{\rho_e} \frac{\partial T}{\partial r} \left(\frac{\partial S}{\partial z} \Big|_{z \neq z_0} + \right. \\ \left. \delta_h(z - z_0)[S]_{z=z_0} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$P(\rho_e/r) = \ln(\rho_e^{met}/r) + \frac{\Delta \ln(\rho_e/r)}{1 + e^{C(z_0 - z)}}, \quad C = const > 0, \quad (3)$$

$$\delta_h(z - z_0) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \frac{h}{(z - z_0)^2 + h^2}, & \left| \frac{z - z_0}{h} \right| \leq 2, \\ 0, & \left| \frac{z - z_0}{h} \right| > 2, \end{cases} \quad (4)$$

$$[S]_{z=z_0} = S \Big|_{z_0+2h} - S \Big|_{z_0-2h}. \quad (5)$$

Для уравнения (2) была выписана конечно-разностная схема с использованием центральных разностей и разработана программа для ее решения на языке программирования Python в среде разработки Jupyter Notebook. Было рассмотрены два случая распределения температуры по радиусу: линейное и нормальное. Результаты работы программы представлены в виде двумерного распределения по осям r и z , а также трехмерной графикой.

Иллюстрации

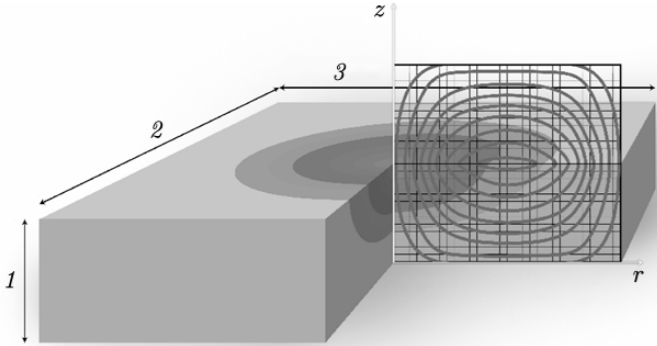


Рис. 1. Схема эксперимента: 1 — 3 мм, 2 — 25 мм, 3 — 25 мм.

Литература

1. Лазарева Г. Г., Попов В. А., Окишев В. А. Математическая модель динамики распределения тока электронного пучка в вольфрамовой пластинке и тонком слое его паров при импульсном нагреве с учётом электродвижущей силы // Сибирский журнал индустриальной математики. 2024. № 1(97). С. 43–54.
2. Ларионов А. Л., Царевский С. Л. Дельта-функция Дирака и её свойства. Казань, 1999.
3. Подгорный И. М. Активные эксперименты в космосе. Москва, 1974. (Космонавтика, астрономия).
4. Mathematical simulation of the distribution of the electron beam current during pulsed heating of a metal target / G. G. Lazareva [et al.] // Journal of Applied and Industrial Mathematics. 2021. Vol. 24, № 2. P. 97–108.
5. Walden J. On the approximation of singular source terms in differential equations // Numerical Methods for Partial Differential Equations. 1999. Vol. 15, № 4. P. 503–520.