

ОЦЕНКА VaR МНОГОМЕРНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ПОНИЖЕНИЯ РАЗМЕРНОСТИ mPPCA

Волков Никита Васильевич

Студент

ФПМИ, МФТИ, Долгопрудный, Россия

E-mail: n.volkovsky@gmail.com

Научный руководитель — Куликов Александр Владимирович

Каждой компании и каждому банку необходимы методы измерения и контроля своих финансовых рисков для различных будущих сценариев, чтобы поддерживать целевой рейтинг. В качестве классической меры риска используется value at risk, VaR . Если в портфеле инвестора или компании есть только один актив, то оценка параметров одномерного распределения и вычисление VaR являются стандартной задачей [1].

В многомерном случае важно не просто уметь оценивать риск для конкретного портфеля, но и иметь многомерную модель, из которой можно быстро получить оценку VaR для любого набора весов без переобучения. Решение многомерной задачи при высоких размерностях и коррелирующих между собой активов напрямую вычислительно крайне затруднительно, поэтому зачастую для решения этой проблемы используются методы понижения размерности, в частности Principal Component Analysis (далее — PCA), введенный в работе [2].

В данной работе рассматривается альтернативный подход к понижению размерности портфеля, основанный на смеси Probabilistic PCA (далее — mPPCA), введенный в работе [3] и до этого не рассмотренный в литературе в применении к задаче оценки финансового риска. В отличие от PCA данный метод предполагает вероятностную модель данных и оптимизирует не долю объясненной дисперсии, а функцию правдоподобия. Таким образом, за счет вероятностной модели, отдельной оценки шума и смеси нескольких PPCA можно лучше учесть тяжелые хвосты распределений и оценить VaR , чем используя PCA.

В работе проводится масштабный бэктестинг результатов оценки 5% VaR с помощью mPPCA на 100 различных сильно диверсифицированных и 100 слабо диверсифицированных портфелях на акциях из индекса S&P 500 за более чем 10 лет для mPPCA с разным количеством смесей, разработан и протестирован гибридный подход для

оценки 5% VaR с адаптивным выбором нужного количества смесей в mPPCA с помощью AIC критерия. В Табл. 1 представлены результаты бэкестинга, значения в таблице – это процент портфелей, на которых был пройден классический тест на биномиальность количества исключений при оценке VaR .

Таблица 1: Сравнение результатов бэкестирования оценок VaR 5%

	Слабо дивер.	Сильно дивер.
PCA	0.00%	100.00%
mPPCA 1	78.00%	100.00%
mPPCA 2	83.00%	100.00%
mPPCA 3	86.00%	100.00%
mPPCA 4	88.00%	100.00%
mPPCA AIC	89.00%	100.00%

Кроме того, в работе проводится анализ зависимости волатильности и тяжести хвостов распределений лог-приростов как от режимов, соответствующих различному оптимальному количеству смесей в mPPCA по AIC критерию (см. рис. 1), так и от режимов, соответствующих различному минимально достаточному количеству основных компонент в PPCA и PCA для объяснения α процентов дисперсии данных (см. рис. 2), где α обычно берется равным 70 – 80%.

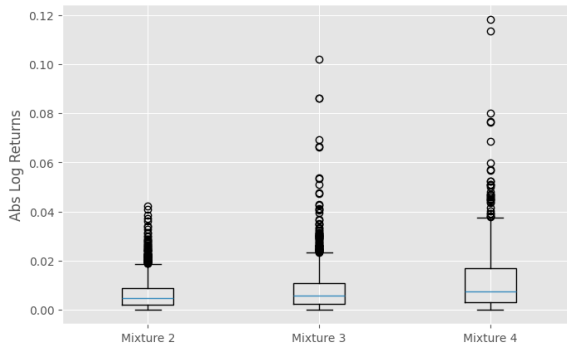


Рис.1. Box plot абсолютных значений лог-приростов и оптимального количества смесей в mPPCA по AIC критерию

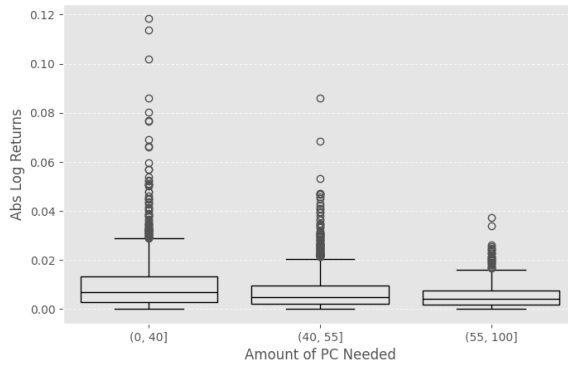


Рис.2. Box plot абсолютных значений лог-приростов и минимально достаточного количества основных компонент

В работе также предложены подходы по оптимизации обучения mPPCA и проведения обширного бэктеста такие как: использование JIT-компиляции, старт при обучении mPPCA в новом положении окна на основе данных с предыдущих итераций и другие. Предложенные эвристики и оптимизации позволяют проводить обучение моделей и обширный бэктестинг за минуты или десятки минут, тогда как подход в лоб дает часы и десятки часов на один эксперимент.

Литература

1. *Duffie D., Pan J.* An overview of value at risk // *Journal of derivatives.* — 1997. — V. 4, N. 3. — P. 7–49.
2. *Pearson K.* On lines and planes of closest fit to systems of points in space // *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science.* — 1901. — V. 11, N. 2. — P. 559–572.
3. *Tipping M. E., Bishop C. M.* Probabilistic principle component analysis // *Journal of Royal Statistical Society, Series B (Statistical Methodology).* — 1999. — V. 61. — P. 611–622.