

Секция «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

О кратных нуль-рядах по системе Уолша

Научный руководитель – Плотников Михаил Геннадьевич

Казакова Анна Дмитриевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математического анализа, Москва,
Россия

E-mail: anuta.anka-04@yandex.ru

Нуль-рядом по некоторой системе функций $\{\phi_n(x)\}$ называется ряд $\sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n(x)$, который почти всюду сходится к нулю, хотя не все его коэффициенты равны нулю. Знаменитый пример тригонометрического нуль-ряда был построен Д.Е. Меньшовым [1]. Первый пример нуль-ряда по системе Уолша был построен В.А. Скворцовым [2]. Работы [3] и [5] посвящены вопросу о том, насколько быстро могут стремиться к нулю коэффициенты нуль-рядов. В частности, в [5] Г.Г. Геворкян показал, что для всякой стремящейся к нулю последовательности не из l_2 найдется нуль-ряд по системе Уолша, коэффициенты которого мажорируются этой последовательностью.

Приведенные выше работы дают ответ на вопрос о существовании нуль-рядов не только в одномерном случае, но и для кратных рядов [4]. Если S_1 и S_2 — одномерные нуль-ряды, F_1 и F_2 множества нулевой меры, на которых они не сходятся к нулю (такие множества называют M -множествами), то для двойного ряда, который является формальным произведением рядов S_1 и S_2 , множество $F = (F_1 \times [0, 1]) \cup ([0, 1] \times F_2)$ является M -множеством. У такого множества несчетное количество сечений вдоль каждой из координатных осей, имеющих полную одномерную меру Лебега.

Возникает вопрос о построении M -множеств таких, что всякое сечение вдоль каждой из осей имеет нулевую одномерную меру Лебега и дополнения до которых не являются декартовыми произведениями. Нами построена конструкция таких множеств. При этом явно выписано как само M -множество, так и соответствующий нуль-ряд. Построенные множества представляют собой пересечение слоев F_s . Каждый слой F_s — объединение "графиков", точнее линий уровня, двумерных функций Уолша W_{n_1, n_2} , $2^s \leq n_j \leq 2^{s+1} - 1$, сжатых до определенного квадрата ранга s . На рисунке изображен слой F_2 и в "красных" квадратах ранга 2 "графики" функций Уолша из соответствующего блока.

Источники и литература

- 1) Д.Е. Меньшов "Избранные труды. Математика." М.: Факториал, 1997.
- 2) В.А. Скворцов, "Об одном примере нуль-ряда по системе Уолша", Матем. заметки, 19:2 (1976), 179–186.
- 3) В.А. Скворцов, "О скорости стремления к нулю коэффициентов нуль-рядов по системам Хаара и Уолша", Изв. АН СССР. Сер. матем., 41:3 (1977), 703–716.
- 4) Н.Н. Холщевникова, "Счетнократные нуль-ряды", Ортогональные ряды, теория приближений и смежные вопросы, Сборник статей. К 60-летию со дня рождения академика Б.С. Кашина, Труды МИАН, 280, МАИК «Наука/Интерпериодика», М., 2013, 288–299.
- 5) G.G. Gevorkian, "On coefficients of null-series and on sets of uniqueness of trigonometric and Walsh systems", Analysis Mathematica, 14 (1988), 219-251.

Иллюстрации

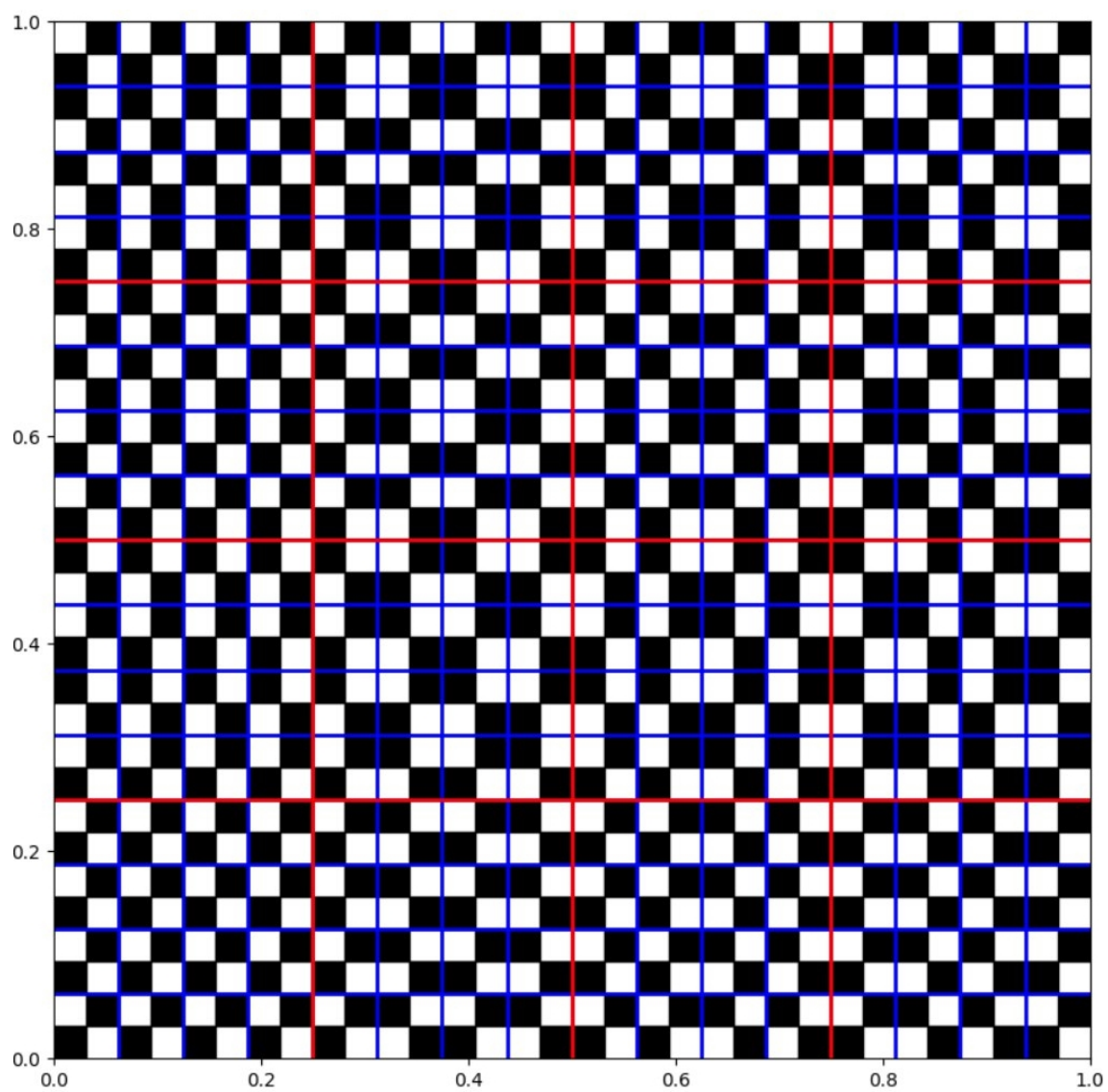


Рис. : Слой F_2