

Существование марковского равновесия для игр среднего поля

Научный руководитель – Шапошников Станислав Валерьевич

Шатилович Дмитрий Вячеславович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математического анализа, Москва,
Россия

E-mail: dmitriy.shatilovich@math.msu.ru

Аннотация. Доклад посвящен достаточным условиям существования марковского равновесия для игры среднего поля с неуправляемой вырожденной матрицей диффузии и линейным по управлению сносом.

Ключевые слова: игры среднего поля, уравнение Колмогорова, марковское равновесие

Задача оптимального управления, которая соответствует исследованию марковского равновесия в игре среднего поля с неуправляемой диффузией и линейным по управлению сносом, имеет вид

$$\begin{cases} J(\alpha(\cdot), \mu) = \mathbb{E} \left[\int_0^T f(t, X_t, \mu_t, \alpha(t, X_t)) dt + g(X_T, \mu_T) \right] \longrightarrow \inf_{\alpha(\cdot) \in \mathcal{A}}, \\ dX_t = \sigma(t, X_t, \mu_t) dW_t + (b(t, X_t, \mu_t) + \alpha(t, X_t)) dt, \\ \mu_t = \text{Low}(X_t). \end{cases}$$

Игры среднего поля были введены независимо в работах [1], [2] и состояли в исследовании определенного класса стохастических дифференциальных игр с большим числом игроков. В играх среднего поля каждый игрок учитывает поведение других агентов через эмпирическое распределение. В литературе по статистической физике это распределение принято называть средним полем. Три основных вопроса, которые рассматриваются в теории игр среднего поля, касаются существования решения, единственности решения и сходимости равновесия в случае конечного числа игроков. Доклад будет посвящен вопросу существования решения. Существование марковского равновесия для игр среднего поля было доказано в работе [3]. В докладе будет рассмотрен новый метод исследования игр среднего поля, позволяющий обосновать существование марковского равновесия при предположениях, более слабых, чем в работе [3]. Так условие липшицевости коэффициентов уравнения будет заменено условием непрерывности. Ключевую роль в данном подходе играют уравнения Колмогорова, которые подробно исследовались в работе [4].

Источники и литература

- 1) M. Huang, R. Malhamé, P. Caines, Large population stochastic dynamic games: closed-loop McKean–Vlasov systems and the Nash certainty equivalence principle, Commun. Inf. Syst. 6 (3) (2006) 221–252.
- 2) J.M. Lasry, P.L. Lions, Mean field games, Jpn. J. Math. 2 (2007) 229–260.
- 3) Lacker, D. Mean field games via controlled martingale problems: existence of markovian equilibria. Stochastic Processes and their Applications, 125(7):2856–2894.
- 4) V.I. Bogachev, M. Röckner, S.V. Shaposhnikov. Uniqueness Problems for Degenerate Fokker–Planck–Kolmogorov Equations. Journal of Mathematical Sciences, vol. 207, p. 147–165.