

Спектральный анализ интегро-дифференциальных уравнений типа Гуртина-Пипкина.

Научный руководитель – Раутиан Надежда Александровна

Панкратова Елена Виталиевна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математического анализа, Москва,
Россия

E-mail: epankratova213@gmail.com

В данной работе рассматривается операторная модель интегро-дифференциального уравнения Гуртина–Пипкина, возникающего в теории теплопроводности. Классическое уравнение теплопроводности имеет существенный недостаток: изменение температуры в начальной точке тела влечет мгновенное изменение температуры в любой другой его точке. Поэтому М. Гуртин и А. Пипкин предложили обобщенное линейное интегро-дифференциальное уравнение теплопроводности, устраняющее этот недостаток [1]. Рассмотрим абстрактное интегродифференциальное уравнение второго порядка в сепарабельном гильбертовом пространстве H :

$$\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \int_0^t Q(t-s) \frac{du(s)}{ds} ds + A^2 u(t) - \int_0^t K(t-s) A^2 u(s) ds = f(t) \quad (1)$$

с начальными условиями

$$u(+0) = \varphi_0, u'(+0) = \varphi_1.$$

Здесь A — положительно определенный самосопряженный линейный оператор, имеющий компактный обратный. В качестве $Q(t)$ и $K(t)$ рассмотрим сингулярные ядра, предложенные Ю.Н. Работновым [2].

В данной работе проведен спектральный анализ оператор-функции, возникающей в результате применения преобразования Лапласа к левой части (1). Результат является обобщением и уточнением утверждения, полученного В.В. Власовым и Н.А. Раутиан для случая $Q \equiv 0$ [3].

Исследование выполнено при финансовой поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы МГУ «Математические методы анализа сложных систем», а также Московского центра фундаментальной и прикладной математики.

Источники и литература

- 1) Pipkin A.C., Gurtin M.E. A General theory of heat conduction with finite wave speeds. // Arch. for Rational Mech. and Anal. 1968. V.31. P. 113-126.
- 2) Работнов Ю. Н. Элементы наследственной механики твердых тел // М. Наука, 1977.
- 3) Власов В.В., Раутиан Н.А. Исследование операторных моделей, возникающих в теории вязкоупругости. // СМФН. 2018. V. 64. N1. P. 60–73.