

Дополнения диагональных конфигураций как подкомплексы в пермutoэдре

Научный руководитель – Панов Тарас Евгеньевич

*Триль Всеволод Аркадьевич**Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
 Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва,
 Россия

E-mail: vsevolod.tril@math.msu.ru

Мы изучаем конфигурации диагональных подпространств в $\mathbb{R}^m$ и их дополнения $D_{\mathbb{R}}(\mathcal{K})$. Мы доказываем, что данные дополнения гомотопически эквивалентны некоторому клеточному подкомплексу $\text{Perm}(\mathcal{K})$ в стандартном пермutoэдре Perm^{m-1} . Изучив структуру клеточного коцепного комплекса пространства $\text{Perm}(\mathcal{K})$, мы доказываем следующую теорему.

Теорема 1. Пусть $\mathcal{K}$ — симплициальный комплекс на множестве вершин $\{1, 2, \dots, m\}$. Тогда для любого коммутативного кольца $\mathbf{k}$ имеет место изоморфизм

$$H^q(D_{\mathbb{R}}(\mathcal{K}); \mathbf{k}) \cong \text{Tor}_{\Lambda[\mathcal{K}]}^{q-m}(\mathbf{k}, \mathbf{k})_{(1, \dots, 1)}.$$

Для описания умножения в кольце $H^*(D_{\mathbb{R}}(\mathcal{K}))$ мы приводим клеточную аппроксимацию диагонали в пермutoэдре $\Delta_{SU}: \text{Perm}^{m-1} \rightarrow \text{Perm}^{m-1} \times \text{Perm}^{m-1}$, построенную в [3]. Также мы устанавливаем взаимосвязь комплексов $\text{Perm}(\mathcal{K})$ и вещественных момент-угол комплексов $\mathcal{R}_{\mathcal{K}}$, введенных в [1] и широко изученных в торической топологии. А именно, мы доказываем, что образ пространства $\text{Perm}(\mathcal{K})$ при проекции $\rho: \text{Perm}^{m-1} \rightarrow I^{m-1}$ пермutoэдра в куб является вещественным момент-угол комплексом. Более того, при данной проекции диагональ Δ_{SU} переходит в диагональ $\Delta_{LC}: I^{m-1} \rightarrow I^{m-1} \times I^{m-1}$, использованную в работе [2] для вычисления умножения в кольце когомологий $H^*(\mathcal{R}_{\mathcal{K}})$.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Тарасу Евгеньевичу Панову за постановку задачи, помощь, поддержку и внимание к работе. Автор является стипендиатом Фонда развития теоретической и математической физики «Базис».

Источники и литература

- 1) В. М. Бухштабер, Т. Е. Панов. Действия торов, комбинаторная топология и гомологическая алгебра // Успехи мат. наук. 2000. No. 5(335). С. 3–106.
- 2) Li Cai. On products in a real moment-angle manifold // Jour. Math. Soc. Japan. 2017. V. 69. pp. 503–528.
- 3) S. Sanedidze, R. Umble. Diagonals in the permutahedra, multiplihedra and associahedra // Homology, homotopy and applications. 2004. V. 6. pp. 363–411.