

Пуассоновы структуры на кластерных и электрических многообразиях**Научный руководитель – Талалаев Дмитрий Валерьевич****Маркина Екатерина Григорьевна***Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
 Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва,
 Россия

E-mail: ekaterina.markina@math.msu.ru

Интерес представляет изучение пуассоновых структур, согласованных с динамическими системами на кластерных многообразиях. Наличие лог-канонической скобки Пуассона предоставляет возможность изучения характера кластерного многообразия, определения кластерных карт, даёт условия положительности для кластерных многообразий. Теория электрических сетей была развита Кёртисом, Ингерманом и Морроу в статье [2]. В работе [4] был построен аналог координат Плюккера для электрического многообразия, что сделало его алгебру функций кластероподобной алгеброй, которая является деформацией кластерной алгебры функций на многообразии Люстига. Было показано [5], что пространство планарных электрических сетей на n вершинах вкладывается в полностью неотрицательные Грассманианы $Gr_{\geq 0}(n-1, 2n)$. Позднее в работе [2] было установлено, что образ в точности совпадает с пространством лагранжевых Грассманианов $LG(n-1, 2n-2)$. В [3] рассматривается задача введения Пуассоновой структуры, согласованной с кластерной, на Грассманианах. Для ограничения скобки Скания на пространстве SL_n

$$\{x_{ij}, x_{kl}\} = \frac{1}{2}(\text{sign}(k-i) + \text{sign}(l-j))x_{il}x_{kj}$$

на открытое подмножество Грассманианов $Gr_k^0(n) = \{x \in Gr_k(n) | x_{[1,k]} \neq 0\}$ предъявляются лог-канонические координаты, по которым впоследствии строится согласованная кластерная алгебра. Завершающим шагом является модификация конструкции для получения кластерной алгебры для пространства $Gr_k(n)$.

Так как многообразие электрических сетей по своей структуре схоже с Грассманианами, предпринимается попытка применить изложенный в [3] подход для изучения возможности введения пуассоновой структуры и согласованной с ней кластерной структуры на электрическом многообразии.

Источники и литература

- 1) B. Bychkov, V. Gorbounov, A. Kazakov, and D. Talalaev. Electrical Networks, Lagrangian Grassmannians, and Symplectic Groups // Moscow Mathematical Journal, том 23, № 2, с. 133-167
- 2) E. B. Curtis, D. Ingerman, J. A. Morrow. 'Circular planar graphs and resistor networks' // Linear Algebra and its Applications, 283: 115-150, 1998.
- 3) M. Gekhtman, M. Shapiro, A. Vainshtein. AMS Monograph Series: Cluster Algebra and Poisson Geometry, 1991
- 4) Vassily Gorbounov and Dmitry Talalaev. Electrical varieties as vertex integrable statistical models // 2020 J. Phys. A: Math. Theor. 53 454001
- 5) T. Lam. Electroid varieties and a compactification of the space of electrical networks // Advances in Mathematics, V.338, P.549-600 (2018)