

Представимость неразложимых элементов в кольце SU -бордизмов гиперповерхностями Калаби-Яу в торических многообразиях Фано

Научный руководитель – Панов Тарас Евгеньевич

Корюкин Григорий Валерьевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва,
Россия

E-mail: gregory.korukin@math.msu.ru

SU -бордизмы - обобщенная теория гомологий на SU -многообразиях, т.е. на многообразиях со специальной унитарной структурой в стабильно касательном расслоении. Известная теорема С.П. Новикова [1] дает описание кольца кобордизмов Ω^{SU} :

Теорема 1. $\Omega^{SU} \otimes \mathbb{Z} \left[\frac{1}{2} \right]$ представляет собой полиномиальное кольцо с одной образующей в каждой четной размерности ≥ 4 :

$$\Omega^{SU} \otimes \mathbb{Z} \left[\frac{1}{2} \right] \cong \mathbb{Z} \left[\frac{1}{2} \right] [y_i : i \geq 2], \quad \deg y_i = 2i.$$

Образующие y_i этого кольца – классы SU -бордизма некоторых многообразий. Возникает вопрос о построении геометрических представителей классов SU -бордизмов, в частности, образующих y_i .

В работе [2] доказано, что образующие y_i , $i \geq 5$, могут быть представлены квазиторическими SU -многообразиями. Однако в размерностях $i \leq 4$ все квазиторические SU -многообразия бордантны нулю. Таким образом, не любой класс SU -бордизмов представляется квазиторическим многообразием.

Конструкция Батырева дает возможность получить семейство многообразий Калаби-Яу, которые являются SU -многообразиями, как гиперповерхности в торических многообразиях Фано. В работе [3] доказано, что классы SU -бордизма таких гиперповерхностей Калаби-Яу порождают кольцо $\Omega^{SU} \otimes \mathbb{Z} \left[\frac{1}{2} \right]$. Возникает вопрос о представимости конкретных классов SU -бордизма, в частности образующих y_i , гиперповерхностями Калаби-Яу.

На основе вычисления характеристических чисел и чисел Ходжа мы получаем два результата в этом направлении.

Предложение 1. *Гиперповерхность Калаби-Яу в произведении комплексных проективных пространств не может представлять неразложимые элементы $y_i \in \Omega^{SU}$ в комплексных размерностях, больших двух.*

Используя классификацию гладких торических многообразий Фано малых размерностей мы получаем следующее.

Предложение 2. *Гиперповерхности Калаби-Яу в гладких многообразиях Фано размерностей 4 и 5 не могут представлять неразложимые элементы y_3 и $y_4 \in \Omega^{SU}$.*

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Т. Е. Панову за помощь, поддержку и ценные советы.

Источники и литература

- 1) И. Ю. Лимонченко, Т. Е. Панов, Г. С. Черных, “SU-бордизмы: структурные результаты и геометрические представители”, УМН, 74:3(447) (2019), 95–166; Russian Math. Surveys, 74:3 (2019), 461–524
- 2) Z. Lu and T. Panov, “On toric generators in the unitary and special unitary bordism rings,” Algebraic and Geometric Topology, vol. 16, no. 5, pp. 2865–2893, November 2016
- 3) I. Y. Limonchenko, Z. Lu, and T. E. Panov, “Calabi yau hypersurfaces and SU-bordism,” Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, vol. 302, no. 1, pp. 270–278, Aug. 2018