

Дифференциально-геометрическое доказательство теоремы Грейвса и ее аналогов

Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич

Малахов Даниил Сергеевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и
приложений, Москва, Россия

E-mail: malakhov-daniil@list.ru

В 1850 году ирландским епископом Ч.Грейвсом был обнаружен достаточно интересный геометрический факт: если на эллипс накинуть нить большей длины, чем его периметр, затем, натянув её до предела с помощью карандаша, нарисовать кривую, то в результате получится эллипс, софокусный данному. Этот факт изложен в [1, 2, 3].

Как оказалось, данное наблюдение обобщается и на два других случая: на случай параболы и гиперболы. А именно в 2023 году Г.В.Белозеров и А.Т.Фоменко получили как следствие своей общей теоремы (о функциях вращения интегрируемых бильярдов как орбитальных инвариантах) [1] следующий результат (далее: Теорема Грейвса-Белозерова-Фоменко): если на параболу (соотв. одну из компонент гиперболы) набросить нить бесконечной длины, закрепить её в двух точках - по каждой точке на одну из ветвей параболы (соотв. компоненты гиперболы) - и натянуть до предела карандашом, при этом прочертив кривую, то в результате получится фрагмент параболы (соотв. компоненты гиперболы), софокусной данной.

В данной работе предлагается наглядное (дифференциально-геометрическое) доказательство Теоремы Грейвса-Белозерова-Фоменко (с помощью оптических свойств коник).

Источники и литература

- 1) Белозеров Г.В., Фоменко А.Т. Траекторные инварианты бильярдов и линейно интегрируемые геодезические потоки // Математический сборник, изд-во МИАН (Москва), 2024, том 215, №5, с. 3-46.
- 2) Акопян А.В., Заславский А.А. Геометрические свойства кривых второго порядка. - М.: МЦНМО, 2007. - 136 с.
- 3) Клейн Ф. Высшая геометрия. - Государственное объединенное научно-техническое издательство ГОНТИ, 1939.