

Метрические свойства электрических сетей

Научный руководитель – Талалаев Дмитрий

Казаков Антон Александрович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва,
Россия

E-mail: anton.kazakov.4@mail.ru

С комбинаторной точки зрения, электрическая сеть — это граф с положительными весами на рёбрах, обозначающие их проводимости; вершины которого делятся на внутренние и граничные. Для каждого набора потенциалов, приложенных к граничным вершинам, с помощью законов Ома и Кирхгофа можно однозначно определить гармоническое продолжение граничных потенциалов на все остальные вершины сети. Изучение свойств этих продолжений естественным образом привело к определению матриц эффективных сопротивлений, матричные элементы которых тесно связаны с комбинаторикой остовных деревьев и роц графа сети. Используя эту связь, Клейном и Рандичем было показано, что эффективные сопротивления образуют метрику, которая нашла свое широкое применение в химии [4] и компьютерных науках. В нашем докладе мы продолжим изучение метрик эффективных сопротивлений и с помощью техники положительных Грассманианов покажем, что:

Теорема 1 [3] Метрика эффективных сопротивлений на граничных вершинах циркулярных сетей удовлетворяет неравенствам Калмансона. Эти неравенства равносильны положительности специальных координат Плюккера для точек Грассманиана, связанных с электрическими сетями.

Теорема 2 [3] Метрика Калмансона является метрикой эффективных сопротивлений на граничных вершинах циркулярных тогда и только тогда, когда точка Грассманиана, построенная по весам сплит-разложения этой метрики, является полностью положительной.

Если останется время, мы также поговорим о применении этих результатов в теории филогенетических сетей [2, 3].

Доклад автора был поддержан грантом РНФ № 24-21-00158.

Источники и литература

- 1) Bychkov B., Gorbounov V., Guterman L., Kazakov A., “Symplectic geometry of electrical networks”, Journal of Geometry and Physics, Vol. 207, (2025).
- 2) Forcey S., “Circular planar electrical networks, split systems, and phylogenetic networks”, SIAM Journal on Applied Algebra and Geometry, Vol. 7, No. 1, (2023).
- 3) Gorbounov V., Kazakov A., “Electrical networks and data analysis in phylogenetics”, arXiv preprint arXiv:2501.01383, (2025).
- 4) Klein D.J., Randić M., “Resistance distance”, J. Math. Chem., 12 : 81 – 95, (1993).