

К вопросу о связи регулярности турнира с наличием у него королей

Научный руководитель – Абросимов Михаил Борисович

Шабаркова Александра Олеговна

Аспирант

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Факультет компьютерных наук и информационных технологий, Саратов, Россия

E-mail: shabarkova_alexandra@mail.ru

Напомним, что турниром называется полный направленный граф.

Конгруэнция турнира $\vec{T} = (V, \alpha)$ – это такая эквивалентность на множестве его вершин, что факторграф по ней является турниром. То есть конгруэнция турнира $\vec{T} = (V, \alpha)$ – это такая эквивалентность $\theta \subseteq V \times V$, что никакие два различных θ -класса не имеют встречных дуг [1].

$\text{Con } \vec{T}$ – это совокупность всех конгруэнций турнира $\vec{T}$. $\text{Con } \vec{T}$ образует решётку [2].

Турнир $\vec{T} = (V, \alpha)$ называется простым, если решётка $\text{Con } \vec{T}$ двухэлементна, т.е. если $\vec{T}$ не содержит собственных нетождественных конгруэнций.

Эксцентриситет вершины графа – это наибольшее из расстояний от этой вершины до всех остальных.

Диаметр графа – это наибольший из эксцентриситетов всех его вершин.

Вершина v турнира $\vec{T}$ – король, если длина пути из v до любой другой вершины составляет не более, чем 2.

Ориентированный граф называется регулярным, если все его вершины имеют одинаковые степени захода и исхода.

Строению турниров посвящено много работ, см. например [7]. Простым турнирам посвящена работа [4]. Известно, что у каждого турнира имеется вершинное 1-расширение до простого турнира [7]. Связь между простотой турниров и их диаметрами рассматривалась в работе [3]. Известно, что не существует турниров имеющих в точности 2 короля [6]. Также показано, что для каждого положительного n такого, что $n \neq 2$, $n \neq 4$, существует турнир размерности n , где каждая вершина является королём [5].

Теорема 1. *У регулярного турнира все вершины короли.*

Теорема 2. *Турнир имеет диаметр 2 тогда и только тогда, когда все его вершины являются королями.*

Источники и литература

- 1) Богомолов, А.М., Салий В.Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. – М.: Изд-во Физматлит, 1997. – 368 с.
- 2) Киреева, А.В. Конгруэнции турниров / А.В. Киреева // Студенты – ускорению научного прогресса: Сб. студ. науч. раб. – Саратов: Издательство Саратовского университета, 1990. – С. 3–5.
- 3) Шабаркова А.О., Абросимов М.Б. Связь простоты турнира с различными значениями его диаметра / International Journal of Open Information Technologies. – 2022 – Vol. 10, No. 6 – P. 28-32.

- 4) Erdős P., Fried E., Hajnal A., Milner E.C. Some remarks on simple tournaments / Algebra universalis. – 1972 – Vol. 2, No. 2 – P. 238-245.
- 5) Maurer, S. The king chicken theorems / S. Maurer // Mathematics Magazine. – 1980 – Vol. 53, No. 2 – P. 67-80.
- 6) Moon, J. W. Solution to problem 463 /J. W. Moon // Math. Mag. –1962 – No. 35 – P. 189.
- 7) Moon J. W. Topics on tournaments, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1968, 148 p.