

**Математическое моделирование финансовых рынков с использованием графовых нейронных сетей****Научный руководитель – Семенов Михаил Евгеньевич****Мартинovich Елизавета Николаевна***Аспирант*

Научно-технологический университет «Сириус», Сириус, Россия

*E-mail: liss.1410@yandex.ru*

Временные ряды финансовых активов обладают сложной структурой зависимостей, которые нельзя полноценно учесть в традиционных методах оптимизации портфеля. Классические методы, такие как модель Марковица [1], предполагают статические зависимости между активами, что ограничивает их применение в условиях быстро изменяющихся рыночных условий [2, 3]. В данной работе предлагается новый подход на основе графовых нейронных сетей, позволяющий динамически адаптировать портфель, учитывая структуру рынка. В данной работе активы представлены в виде графа  $G = (V, E)$ , где вершины  $v \in V$  соответствуют финансовым инструментам, а рёбра  $e_{ij} \in E$  определяются с учетом статистических связей между активами. Связи между активами моделируются через корреляцию доходностей:

$$\text{corr}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T (r_{i,t} - \bar{r}_i)(r_{j,t} - \bar{r}_j)}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (r_{i,t} - \bar{r}_i)^2} \cdot \sqrt{\sum_{t=1}^T (r_{j,t} - \bar{r}_j)^2}}. \quad (1)$$

Где  $r_{i,t}$  — доходность актива  $i$  в момент  $t$ , а  $\bar{r}_i$  — среднее значение доходности за весь период.

Рёбра графа фильтруются по минимальному остовному дереву (MST), что позволяет выделить наиболее значимые связи между активами, исключая слабые корреляции и уменьшая шум в графовой структуре. Для предсказания весов активов в портфеле используется графовая нейронная сеть с механизмом внимания (Graph Attention Network, GAT)[4]:

$$h_v^{(t+1)} = \sigma \left( \sum_{u \in N(v)} \alpha_{vu} W h_u^{(t)} \right), \quad (2)$$

где:

$h_v^{(t)}$  — представление узла  $v$  на итерации  $t$ ;  $W$  — обучаемая матрица весов;  $\alpha_{vu}$  — коэффициент внимания, определяющий значимость узла  $u$  для узла  $v$ ;  $N(v)$  — множество соседей узла  $v$ .

Оптимизация инвестиционного портфеля осуществляется путем максимизации функции доходности  $PnL$  с учетом риска (Sharpe Ratio):

$$\mathcal{L} = - \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N w_i r_{i,t} + \lambda \frac{1}{SR + \varepsilon}. \quad (3)$$

Где коэффициент *Sharpe* определяется как:

$$SR = \frac{\mathbb{E}[R_p] - R_f}{\sigma_p}. \quad (4)$$

Где  $R_p$  — доходность портфеля,  $R_f$  — безрисковая ставка,  $\sigma_p$  — стандартное отклонение доходности портфеля. Сравнение GNN-оптимизированного портфеля с классическими методами представлено в таблице 1.

Таблица 1: Сравнение эффективности стратегий

| height Метод     | amp; <b>PnL</b>   | amp; <b>Sharpe</b> | amp; <b>Risk</b> |
|------------------|-------------------|--------------------|------------------|
| GNN              | amp; <b>0.180</b> | amp; <b>0.082</b>  | amp; 0.007       |
| Markowitz        | amp; 0.070        | amp; 0.042         | amp; 0.007       |
| Weighted Average | amp; 0.010        | amp; 0.016         | amp; 0.007       |

Проведенные исследования подтверждают эффективность графовых нейронных сетей в задачах управления инвестиционными портфелями. Использование топологических характеристик финансовых графов позволяет выявлять оптимальные стратегии инвестирования, обеспечивая увеличение доходности на 11% по сравнению с классическими методами.

### • Источники и литература

- 1) Markowitz H. M. Foundations of portfolio theory //The journal of finance. – 1991. – Т. 46. – №. 2. – С. 469-477.
- 2) Miśkiewicz J. Analysis of time series correlation. The choice of distance metrics and network structure //Acta Physica Polonica A. – 2012. – Т. 121. – №. 2B.
- 3) Danko J., Šoltés V. Portfolio creation using graph characteristics //Investment Management Financial Innovations. – 2018. – Т. 15. – №. 1. – С. 180.
- 4) Velickovic P. et al. Graph attention networks //stat. – 2017. – Т. 1050. – №. 20. – С. 10-48550.