О точных решениях задач двухфазной фильтрации в пороупругой среде

Научный руководитель – Папин Александр Алексеевич

Гилев Павел Вячеславович

Аспирант

Алтайский государственный университет, Математический факультет, Кафедра дифференциальных уравнений, Барнаул, Россия

E-mail: pavel.gilev.2000@mail.ru

В работе рассматривается следующая система квазилинейных уравнений, описывающая процесс двухфазной фильтрации в пороупругой среде [1]:

$$\frac{\partial s_i \phi \rho_i^0}{\partial t} + \nabla \cdot (s_i \phi \vec{u}_i \rho_i^0) = 0, \quad (1)$$

$$s_i \phi (\vec{u}_i - \vec{u}_3) = -K_0 \frac{k_{0i}}{\mu_i} (\nabla p_i - \vec{g} \rho_i), i = 1, 2, \quad (2)$$

$$p_2 - p_1 = p_c(x, s), s = \frac{s_1 - s_1^0}{1 - s_1^0 - s_2^0}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial (1 - \phi) \rho_3^0}{\partial t} + \nabla \cdot ((1 - \phi) \vec{u}_3 \rho_3^0) = 0, \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \vec{u}_3 = -a_1(\phi) p_e - a_2(\phi) \left(\frac{\partial p_e}{\partial t} - \vec{u}_3 \cdot \nabla p_e \right), \quad (5)$$

$$\nabla p_{tot} + \left(\eta(1 - \phi) \left(\frac{\partial \vec{u}_3}{\partial \vec{x}} + \frac{\partial \vec{u}_3^*}{\partial \vec{x}} \right) \right) = -\rho_{tot} \vec{g}. \quad (6)$$

В системе (1)-(6) s_i , p_i , ρ_i^0 , $\vec{u}_i$ – соответственно насыщенность, давление, истинная плотность и скорость i -той фазы, $K_0(\phi)$ – тензор фильтрации, k_{0i} – коэффициенты проницаемости, μ_i – коэффициенты вязкости, $\vec{g}$ – вектор ускорения силы тяжести, ϕ – пористость, p_c – капиллярный скачок, $a_1(\phi)$ и $a_2(\phi)$ – коэффициенты объемной вязкости и объемной сжимаемости соответственно, $p_e = p_{tot} - (s_1 p_1 + s_2 p_2)$, $p_{tot} = (1 - \phi) p_s + \phi (s_1 p_1 + s_2 p_2)$ – эффективное и полное давление, $\rho_{tot} = (1 - \phi) \rho_3^0 + \phi (s_1 \rho_1^0 + s_2 \rho_2^0)$ – общая плотность. Данная модель является обобщением известной модели Маскета Леверетта [2]. Основное отличие состоит в том, что пористость в системе (1)-(6) считается неизвестной функцией. В докладе рассматриваются вопросы разрешимости начально-краевых задач для приведенной системы уравнений.

Работа поддержана в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ по теме «Современные модели гидродинамики для задач природопользования, промышленных систем и полярной механики» (номер темы: FZMW-2024-0003).

Источники и литература

- 1) P. V. Gilev, A. A. Papin. Filtration of Two Immiscible Incompressible Fluids in a Thin Poroelastic Layer // Journal of Applied and Industrial Mathematics, Vol. 18, № 2. pp. 234–245.
- 2) Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. Новосибирск, 1983.