

Аналитический и численный анализ некоторой эпидемиологической модели

Научный руководитель – Вольперт Виталий Айзикович

Абду Рауф Чеха Мохамед

Аспирант

Российский университет дружбы народов, Факультет физико-математических и естественных наук, Москва, Россия

E-mail: a8du.rauf@yandex.ru

Как и в классической SIR модели, нас интересует динамика числа восприимчивых, инфицированных и выздоровевших людей в популяции. Мы рассматриваем два класса восприимчивых (например, возрастные группы или различные статусы иммунитета) S_1 и S_2 . Они становятся соответственно инфицированными I_1 и I_2 (возможно перекрестное заражение) и выздоровевшими R_1 и R_2 . Выздоровевшие снова становятся восприимчивыми, когда теряют иммунитет. Математическая модель выражается следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dS_1(t)}{dt} = -J_1(t) + J_1(t - \tau_1 - \tau_2) \\ \frac{dS_2(t)}{dt} = -J_2(t) + J_2(t - \tau_1 - \tau_2) \\ \frac{dI_1(t)}{dt} = J_1(t) - J_1(t - \tau_1) \\ \frac{dI_2(t)}{dt} = J_2(t) - J_2(t - \tau_1) \\ \frac{dR_1(t)}{dt} = J_1(t - \tau_1) - J_1(t - \tau_1 - \tau_2) \\ \frac{dR_2(t)}{dt} = J_2(t - \tau_1) - J_2(t - \tau_1 - \tau_2) \end{cases}$$

где τ_1 - продолжительность болезни, τ_2 - длительность иммунитета, J_1 и J_2 - количество вновь инфицированных в момент t в соответствующих классах,

$$J_1(t) = \frac{S_1(t)}{N}(\beta_{11}I_1(t) + \beta_{12}I_2(t)), \quad J_2(t) = \frac{S_2(t)}{N}(\beta_{21}I_1(t) + \beta_{22}I_2(t)),$$

где $N = N_1 + N_2$, $N_1 = S_1(t) + I_1(t) + R_1(t)$ и $N_2 = S_2(t) + I_2(t) + R_2(t)$ численность населения первого и второго классов соответственно. Показано, что данная модель успешно сводится к аналогичной модели с одним классом, при соответствующих значениях параметров (см. работу [1]). Приведя уравнения к интегральному виду, мы получили стационарные решения и изучили их устойчивость. Отдельное внимание уделено существованию положительных стационарных решений.

Выполнено численное моделирование для верификации теоретических результатов.

Источники и литература

- 1) Saade M.; Anita S.; Volpert V. Dynamics of Persistent Epidemic and Optimal Control of Vaccination. Mathematics 2023, 11, 3770.
- 2) Samiran Ghosh, Vitaly Volpert, and Malay Banerjee. An epidemic model with time-distributed recovery and death rates. Bulletin of Mathematical Biology, 84(8):78, 2022.
- 3) Samiran Ghosh, Vitaly Volpert, and Malay Banerjee. An epidemic model with time delay determined by the disease duration. Mathematics, 10(15):2561, 2022.