

О $\mathfrak{F}^\omega$ -инъекторах конечных групп

Научный руководитель – Сорокина Марина Михайловна

Новикова Диана Геннадьевна

Аспирант

Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск,
Россия

E-mail: novikovadg@yandex.ru

Рассматриваются только конечные группы. Классом групп называется множество групп, содержащее с каждой своей группой и все изоморфные ей группы. В теории классов групп важную роль играют подгруппы в группах, принадлежащие рассматриваемым классам. К таким подгруппам относятся $\mathfrak{F}$ -инъекторы, введенные в рассмотрение Б. Фишером, В. Гашпоцем, Б. Хартли в работе [3]. Пусть $\mathfrak{F}$ — класс групп. Подгруппа H группы G называется $\mathfrak{F}$ -инъектором в G , если $H \cap K$ — $\mathfrak{F}$ -максимальная подгруппа в K для любой субнормальной подгруппы K группы G . Понятие $\mathfrak{F}$ -инъектора является естественным обобщением понятия силовской подгруппы группы, а именно, всякая силовская p -подгруппа группы является ее $\mathfrak{N}_p$ -инъектором, где $\mathfrak{N}_p$ — класс всех p -групп (здесь p — простое число). $\mathfrak{F}$ -инъекторы в группах достаточно хорошо изучены в настоящее время (см., например, [2]).

В работе [1] в качестве естественного обобщения понятия $\mathfrak{F}$ -инъектора было введено в рассмотрение понятие $\mathfrak{F}^\omega$ -инъектора группы, где ω — непустое множество простых чисел. Пусть $\mathfrak{F}$ — класс групп. Подгруппа H группы G называется $\mathfrak{F}^\omega$ -инъектором в G , если H — $\mathfrak{F}$ -максимальная подгруппа в G и для каждой субнормальной ω -подгруппы K группы G пересечение $H \cap K$ является $\mathfrak{F}$ -максимальной подгруппой в K [1]. Всякий $\mathfrak{F}$ -инъектор группы является ее $\mathfrak{F}^\omega$ -инъектором; обратное неверно. В случае, когда ω совпадает с множеством всех простых чисел, понятие $\mathfrak{F}^\omega$ -инъектора совпадает с понятием $\mathfrak{F}$ -инъектора группы. В теореме 1 установлена взаимосвязь между $\mathfrak{F}^\omega$ -инъекторами группы и $\mathfrak{F}^\omega$ -инъекторами ее фактор-групп.

Напомним, что гомоморфом называется класс групп, замкнутый относительно фактор-групп. Через $\mathfrak{G}_\omega$ обозначается класс всех ω -групп (ω -группа — группа, порядок которой делится только на простые числа из ω); $\mathfrak{F}_1 \mathfrak{F}_2 = \{G \mid \text{в } G \text{ существует нормальная подгруппа } N \text{ такая, что } N \in \mathfrak{F}_1 \text{ и } G/N \in \mathfrak{F}_2\}$. Пусть $\mathfrak{F}$ — класс групп. Подгруппа H группы G называется $\mathfrak{F}$ -максимальной в G , если $H \in \mathfrak{F}$ и из $H \leq K \leq G$ и $K \in \mathfrak{F}$ всегда следует, что $H = K$ [2].

Теорема 1. Пусть ω — непустое множество простых чисел, $\mathfrak{F}$ — непустой гомоморф, удовлетворяющий условию $\mathfrak{F} = \mathfrak{G}_\omega \mathfrak{F}$. Тогда справедливы следующие утверждения:

- (1) Если H — $\mathfrak{F}$ -максимальная подгруппа группы G и N — нормальная ω -подгруппа группы G , то HN/N является $\mathfrak{F}$ -максимальной подгруппой в G/N .
- (2) Если H — $\mathfrak{F}^\omega$ -инъектор группы G и N — нормальная ω -подгруппа группы G , то HN/N является $\mathfrak{F}^\omega$ -инъектором в G/N .

Источники и литература

- 1) Новикова Д.Г., Сорокина М.М. Об одном свойстве $\mathfrak{F}^\omega$ -инъекторов конечных групп // Материалы III Международной научно-практической конференции «ТПАЕНО». — Брянск: БГУ, 2024. — С. 148-150.
- 2) Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. Berlin – New York: Walter de Gruyter, 1992.

- 3) Fischer B., Gaschutz W., Hartley B. Injektoren endlicher auflösbarer Gruppen // Math. Z., 1967. Vol. 102, No 5. – P. 337-339.