

О минимальных σ_Ω -расслоенных формациях конечных групп

Научный руководитель – Сорокина Марина Михайловна

Нестеров Александр Сергеевич

Аспирант

Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск,
Россия

E-mail: a.s.nest@yandex.ru

Рассматриваются только конечные группы и классы конечных групп. Классом групп называется совокупность групп, содержащая с каждой своей группой и все группы, ей изоморфные. Формация представляет собой класс групп, замкнутый относительно гомоморфных образов и подпрямых произведений. σ_Ω -Расслоенные формации были построены в работе [1], в качестве обобщения понятия Ω -расслоенной формации [2], на основе методов σ -теории А.Н. Скибы [3]. В теореме 1 изучаются минимальные σ_Ω -расслоенные формации конечных групп.

Пусть $\mathfrak{G}$ — класс всех конечных групп, $\mathfrak{E}$ — класс всех единичных групп, $\mathfrak{I}$ — класс всех простых групп, Ω — непустой подкласс класса $\mathfrak{I}$, $K(G)$ — класс всех простых групп, изоморфных композиционным факторам группы G ; σ_Ω — произвольное разбиение класса Ω , т.е. $\sigma_\Omega = \{\Omega_i \mid i \in I\}$, где Ω_i — непустой класс групп для любого $i \in I$, $\Omega = \bigcup_{i \in I} \Omega_i$ и $\Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset$ для любых $i, j \in I, i \neq j$; $\sigma_\Omega(G) = \{\Omega_i \in \sigma_\Omega \mid \Omega_i \cap K(G) \neq \emptyset\}$; $f : \sigma_\Omega \cup \{\sigma_\Omega'\} \rightarrow \{\text{формации групп}\}$, где $f(\sigma_\Omega') \neq \emptyset$, — $\sigma_\Omega F$ -функция; $\varphi : \sigma_\Omega \rightarrow \{\text{непустые формации Фиттинга}\}$, удовлетворяющая условию $\mathfrak{G}_{\Omega_i'} \subseteq \varphi(\Omega_i)$, — $\sigma_\Omega FR$ -функция, где $\mathfrak{G}_{\Omega_i'} = \{G \in \mathfrak{G} \mid K(G) \cap \Omega_i = \emptyset\}$. Формация $\mathfrak{F} = \{G \in \mathfrak{G} \mid G/O_\Omega(G) \in f(\sigma_\Omega') \text{ и } G/G_{\varphi(\Omega_i)} \in f(\Omega_i) \text{ для любого } \Omega_i \in \sigma_\Omega(G)\}$ называется σ_Ω -расслоенной формацией и обозначается $\sigma_\Omega F(f, \varphi)$, где $O_\Omega(G)$ — наибольшая нормальная подгруппа группы G , у которой все композиционные факторы принадлежат Ω , $G_{\varphi(\Omega_i)}$ — наибольшая нормальная подгруппа группы G , принадлежащая $\varphi(\Omega_i)$. Функция f называется спутником, а функция φ — направлением σ_Ω -расслоенной формации $\mathfrak{F}$. Через $\sigma_\Omega F(G, \varphi)$ обозначается σ_Ω -расслоенная формация с направлением φ , порожденная группой G , т.е. пересечение всех σ_Ω -расслоенных формаций с направлением φ , содержащих группу G [1].

Неединичная σ_Ω -расслоенная формация $\mathfrak{F}$ с направлением φ называется минимальной σ_Ω -расслоенной формацией с направлением φ , если она не содержит собственных σ_Ω -расслоенных подформаций с направлением φ , отличных от $\mathfrak{E}$.

В теореме 1 установлено, что всякая σ_Ω -расслоенная формация с направлением φ , порожденная простой группой, не принадлежащей Ω , является минимальной σ_Ω -расслоенной формацией с указанным направлением.

Теорема 1. Пусть φ — произвольная $\sigma_\Omega FR$ -функция, $A \in \mathfrak{I} \setminus \Omega$, $\mathfrak{F} = \sigma_\Omega F(A, \varphi)$. Тогда формация $\mathfrak{F}$ является минимальной σ_Ω -расслоенной формацией с направлением φ .

Источники и литература

- 1) Сорокина М. М., Нестеров А. С. О спутниках σ_Ω -расслоенных формаций конечных групп // Дискретная математика, 2024. Т. 36, № 1. — С. 103-115.
- 2) Ведерников В. А., Сорокина М. М. Ω -расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп // Дискретная математика, 2001. Т. 13, № 3. — С. 125-144.
- 3) Skiba A. N. On σ -properties of finite groups I // Problems of Physics, Mathematics and Technics, 2014. No. 4, Vol. 4 (21). — P. 89-96.