

Многообразия минимальных рациональных касательных орисферических многообразий Фано

Научный руководитель – Тимашев Дмитрий Андреевич

Завадский Андрей Олегович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей алгебры, Москва, Россия
E-mail: sky-zav@mail.ru

Пусть X — гладкое n -мерное комплексное многообразие Фано с числом Пикара 1. Тогда его группа Пикара $\text{Pic } X$ порождена обильным линейным расслоением $\mathcal{L} \rightarrow X$ и изоморфна \mathbb{Z} . Мы можем определить степень замкнутой кривой $C \subset X$:

$$\deg C = \deg \mathcal{L}|_{\tilde{C}},$$

где \tilde{C} — нормализация кривой C .

Среди рациональных кривых на X большой интерес представляют кривые минимальной степени. Пусть \mathcal{K}_x — многообразие кривых минимальной степени, проходящих через точку x общего положения многообразия. Пусть $\tau_x : \mathcal{K}_x \rightarrow \mathbb{P}(T_x X)$, $C \mapsto T_x C$ — касательное отображение, которое по определению сопоставляет каждой минимальной рациональной кривой касательное направление к ней в точке x . Его образ $\mathcal{C}_x = \tau_x(\mathcal{K}_x)$ называется *многообразием минимальных рациональных касательных (variety of minimal rational tangents)*, или, сокращенно, VMRT. Алгебро-геометрические свойства многообразий минимальных рациональных касательных, а также их применения в алгебраической геометрии можно найти в обзоре [2].

Представляется, что VMRT определяют геометрию многообразия X .

Гипотеза. Пусть Q — гладкое многообразие Фано с числом Пикара 1, и его VMRT $\mathcal{C}_q \subset \mathbb{P}(T_q Q)$ в общей точке проективно изоморфно VMRT $\mathcal{C}_x \subset \mathbb{P}(T_x X)$ в точке общего положения орисферического многообразия X с числом Пикара 1. Тогда $Q \simeq X$.

Гладкие орисферические многообразия Фано с числом Пикара 1 были классифицированы в работе [3].

Аналогичная гипотеза характеристики однородных многообразий флагов, ассоциированных с длинным корнем была доказана ранее [1].

В своем докладе я расскажу о начальных шагах ее доказательства. Мы найдем VMRT орисферических многообразий. Они также окажутся орисферическими многообразиями и будут иметь ранг 1 или 2. Далее, имея гладкое многообразие Фано Q с числом Пикара 1, про которое известно только то, как выглядит VMRT \mathcal{C}_q в его общей точке, мы для большинства случаев построим алгебраическую группу, которая действует на нем с открытой орбитой.

Источники и литература

- 1) J. Hong, J.-M. Hwang, *Characterization of the rational homogeneous space associated to a long simple root by its variety of minimal rational tangents*, Algebraic geometry in East Asia, Hanoi 2005, Adv. Stud. Pure Math. **50**, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2008, 217-236.
- 2) J.-M. Hwang, *Geometry of minimal rational curves on Fano manifolds*, School on Vanishing Theorems and Effective Results in Algebraic Geometry, Trieste, 2000, ICTP Lect. Notes **6** (2001), 335–393.

- 3) В. Pasquier, *On some smooth projective two-orbit varieties with Picard number 1*, Math. Ann. **344** (2009), №4, 963-987.