

## Применение уравнения Беллмана для оптимизации лимитных заявок в условиях HFT

Научный руководитель – Веретенников Александр Юрьевич

*Балакаева Мария Ильинична*

*Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия  
E-mail: maria.balakaeva@mail.ru

Тезисы курсовой работы "Применение уравнения Беллмана для оптимизации лимитных заявок в условиях HFT"

В данной работе исследуются оптимальные стратегии подачи лимитных заявок на рынке ценных бумаг в условиях высокочастотной торговли (HFT). Основная цель работы — максимизация ожидаемой экспоненциальной полезности прибыли и убытков агента, действующего в условиях неопределенности и стохастических изменений цен.

1. Введение Роль дилера на рынке ценных бумаг заключается в обеспечении ликвидности путем установления цен спроса и предложения. С развитием электронных бирж, таких как Nasdaq Inet, любой участник рынка может эффективно выполнять функции дилера, размещая лимитные ордера. В работе рассматриваются оптимальные стратегии подачи заявок на покупку и продажу в книге лимитных ордеров, основываясь на результатах статьи [5], где были найдены и исправлены некоторые неточности.

2. Обзор Предполагается, что денежный рынок не выплачивает процентов, а среднерыночная цена акций изменяется по закону броуновского движения. Цель агента — максимизировать ожидаемую экспоненциальную полезность его прибыли и убытков в конечный момент времени  $T$ . Функция полезности агента выражается как:

$$v(x, s, q, t) = E_t[-\exp(-\gamma(x + qS_T))],$$

где  $x$  — начальный капитал,  $s$  — средняя цена акции,  $q$  — количество акций,  $\gamma$  — параметр риска.

3. Решение Для нахождения оптимальных стратегий используется уравнение Беллмана. В работе выводится резервная цена предложения  $r^b$  и резервная цена спроса  $r^a$ , которые определяют цены, при которых агент безразличен к изменению своего портфеля. Эти цены выражаются через параметры модели:

$$r^a(s, q, t) = s + \frac{(1 - 2q)\gamma\sigma^2(T - t)}{2},$$

$$r^b(s, q, t) = s + \frac{(-1 - 2q)\gamma\sigma^2(T - t)}{2}.$$

Для случая бесконечного горизонт времени вводится функция полезности с бесконечным горизонтом, и выводятся стационарные цены резервирования.

4. Оптимизация лимитных ордеров Агент устанавливает цены спроса  $p^b$  и предложения  $p^a$  вокруг средней цены акции. Интенсивность исполнения лимитных ордеров зависит от расстояния до средней цены и моделируется пуассоновскими процессами. Цель агента — максимизировать функцию полезности:

$$u(s, x, q, t) = \max_{\delta^a, \delta^b} E_t[-\exp(-\gamma(X_T + q_T S_T))],$$

где  $\delta^a = p^a - s$  и  $\delta^b = s - p^b$ .

5. Заключение В работе получены явные формулы для оптимальных цен спроса и предложения, а также для спреда между ними. Показано, что спред зависит от чувствительности котировок к изменениям запасов и интенсивности поступления заказов. Результаты работы могут быть использованы для разработки алгоритмов высокочастотной торговли.

### Источники и литература

- 1) 1. Smith E., Farmer J.D., Gillemot L., Krishnamurthy S. Statistical Theory of the Continuous Double Auction // Quantitative Finance. 2003. Vol. 3. P. 481–514. 1. Smith E., Farmer J.D., Gillemot L., Krishnamurthy S. Statistical Theory of the Continuous Double Auction // Quantitative Finance. 2003. Vol. 3. P. 481–514.
- 2) 2. Weber P., Rosenow B. Order Book Approach to Price Impact // Quantitative Finance. 2005. Vol. 5. P. 357–364.
- 3) 3. Ho T., Stoll H. Optimal Dealer Pricing under Transactions and Return Uncertainty // Journal of Financial Economics. 1981. Vol. 9. P. 47–73.
- 4) 4. Abergel F., Anane M., Chakraborti A., Jedidi A., Toke I.M. Limit Order Books. Cambridge University Press, 2016.
- 5) 5. Avellaneda M., Stoikov S. High-frequency trading in a limit order book // Quantitative Finance. 2008. Vol. 8. No. 3. P. 217–224.