Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Нелинейная версия закона больших чисел.

Научный руководитель – Веретенников Александр Юрьевич

Ахмярова Алина Тагировна
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: alina.akhmiarova@math.msu.ru

Рассмотрим последовательность попарно независимых случайных величин $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$, определённых на пространстве с сублинейным математическим ожиданием $(\Omega, \mathcal{F}, H, \mathbb{E})$.

Определим

$$S_n := \sum_{k=1}^{n} X_k, \quad \bar{\mu}_n := \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \mathbb{E} X_k \mathbb{I}(|X_k| \leq n), \quad \underline{\mu_n} := \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \mathcal{E} X_k \mathbb{I}(|X_k| \leq n),$$

$$\gamma_k(n) := V(|X_k| > n) \equiv \mathbb{E}\mathbb{I}(|X_k| > t),$$

$$\psi_n(y) := \sum_{k=1}^{n} y\gamma_k(ny) \equiv \sum_{k=1}^{n} \mathbb{E}\mathbb{I}(|X_k| > n).$$

Пусть

$$\psi_n(y) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 0, \quad \forall y \in [0,1],$$

и семейство функций $(\psi_n(y), \forall y \in [0,1], n \geq 1)$ равномерно интегрируемо.

Тогда:

$$V(\frac{S_n}{n} \geq \bar{\mu}_n + \epsilon) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 0 \quad \forall \epsilon > 0,$$

$$V(\frac{S_n}{n} \leq \underline{\mu_n} - \epsilon) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 0 \quad \forall \epsilon > 0.$$

Источники и литература

1) Agahi, H., Mohammadpour, A., Mesiar, R. and Ouyang, Y., On a strong law of large numbers for monotone measures, Statis. Probab. Lett., 83(4), 2013, 1213–1218.
2) Chen, X., Strong law of large numbers under an upper probability, Appl. Math., 3, 2012, 2056–2062.
3) Chen, Z. and Epstein, L., Ambiguity, risk, and asset returns in continuous time, Econometrica, 70(4), 2002, 1403–1443.
4) Chen, Z., Wu, P. and Li, B., A strong law of large numbers for non-additive probabilities, Int. J. Approx. Reason., 54(3), 2013, 365–377.
5) Choquet, G., Theory of capacities, Ann. Inst. Fourier, 5, 1953, 131–295.
6) Peng, S., Backward SDE and related g-expectation, Backward Stochastic Differential Equations, Pitman Research Notes in Math. Series, 364, 1997, 141–160.
7) Peng, S., G-expectation, G-Brownian motion and related stochastic calculus of Ito type, Proceedings of the 2005 Abel Symposium, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2007, 541–567.
8) Peng, S., Multi-dimensional G-Brownian motion and related stochastic calculus under G-expectation,
9) Peng, S., Nonlinear expectations and stochastic calculus under uncertainty, 2010, arXiv:1002.4546v1