

Предельные теоремы для докритических ветвящихся процессов с иммиграцией и правильно меняющимися хвостами временем жизни частиц.

Научный руководитель – Лебедев Алексей Викторович

Малиновский Георгий Андреевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: goga_malinov@mail.ru

В докладе рассматриваются ветвящиеся процессы с непрерывным временем и иммиграцией, которая описывается составным дважды стохастическим пуассоновским потоком со средней величиной одного скачка $a_1 < \infty$. Каждая поступившая частица находится в системе случайное время. По истечении этого времени она исчезает, оставляя после себя случайное число потомков. Каждая вновь появившаяся частица эволюционирует таким же образом независимо от других. Предполагается, что времена жизни частиц имеют правильно меняющиеся хвосты двух типов (выполнено условие 2а или 2б), а интенсивность входящего потока $\lambda(t)$ является стационарным процессом с $E\lambda(t) = \lambda t; \infty$ и корреляционной функцией $|r(x)| = |\text{cov}(\lambda(0), \lambda(x))|$, удовлетворяющей условию 1. Доказаны закон больших чисел и центральная предельная теорема для числа частиц $X(t)$ в момент t . Обозначим $M(t)$ — среднее число потомков одной частицы за время t .

Условие 1. Для некоторых положительных постоянных α, c_0 имеет место неравенство для всех $x \geq 0$

$$|r(x)| \leq c_0(1+x)^{-\alpha}.$$

Также будем предполагать, что для функции распределения продолжительности жизни частиц $G(t)$ выполнено одно из следующих условий:

Условие 2а. Для некоторого $c > 0$ $\bar{G}(t) \sim c/t$ при $t \rightarrow \infty$;

Условие 2б. Для некоторого $c > 0$ $\bar{G}(t) \sim c/\ln t$ при $t \rightarrow \infty$.

Условие 3. Математическое ожидание числа потомков частицы m_1 удовлетворяет неравенству $0 < m_1 < 1$.

Теорема 1 Если выполнены условия 1, 2а, 3 и $\alpha > 1$, то при $t \rightarrow \infty$

$$X(t)/\ln t \xrightarrow{P} c\lambda a_1(1-m_1)^{-1},$$

и имеет место слабая сходимость

$$(X(t) - \lambda M(t))/\sqrt{\ln t} \rightarrow N(0, c\lambda a_1(1-m_1)^{-1}).$$

Теорема 2 Если выполнены условия 1, 2б, 3 и $\alpha > 1$, то при $t \rightarrow \infty$

$$X(t)(\ln t)/t \xrightarrow{P} c\lambda a_1(1-m_1)^{-1},$$

и имеет место слабая сходимость

$$(X(t) - \lambda a_1 M(t))/\sqrt{t/\ln t} \rightarrow N(0, c\lambda a_1(1-m_1)^{-1}).$$

Источники и литература

- 1) Чистяков В.П. Теорема о суммах независимых положительных случайных величин и ее приложения к ветвящимся случайным процессам, Теория вероятн. и ее примен., 9:4 (1964), 710–718