

О некоторых условиях сходимости дробной части сверток двумерных случайных величин к равномерному распределению.

Научный руководитель – Кондратенко Александр Евгеньевич

Копытько Мария Юрьевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: maria.kopytko@math.msu.ru

Доклад посвящен достаточным условиям сходимости дробной части сверток двумерных дискретных и абсолютно непрерывных разнораспределенных случайных величин к равномерному распределению.

В [1] было найдено достаточное условие сходимости дробной части сверток одномерных абсолютно непрерывных разнораспределенных случайных величин к равномерному распределению, а на XXX Международной конференции Математика. Экономика. Образование. XIV Международном симпозиуме Ряды Фурье и их приложения этот результат был показан и для дискретных одномерных случайных величин[2].

Подробный обзор научных работ, посвященных тематике поведения дробной части сверток, дан в [3].

Определение. Дробной частью $\{\xi\}_{N^2}$ двумерной дискретной случайной величины $\xi = (\xi^1, \xi^2)$ называется вектор дробных частей её компонент $(\{\xi^1\}_N, \{\xi^2\}_N)$.

Аналогичное определение вводится для абсолютно непрерывной случайной величины и множества $([0, 1))^2$.

Теорема 1. Пусть $\xi_1 = (\xi_1^1, \xi_1^2), \xi_2 = (\xi_2^1, \xi_2^2), \dots, \xi_n = (\xi_n^1, \xi_n^2), \dots$ суть независимые случайные величины, распределенные на $(\{0, 1, \dots, N-1\})^2$, $\eta_n = \{\xi_1 + \dots + \xi_n\}_{N^2}$. Тогда если существуют неотрицательные $\varepsilon_k, k = 1, \dots, n, \dots$ такие, что для любого $m \in (\{0, 1, \dots, N-1\})^2$ справедливы неравенства $|p_k(m) - \frac{1}{N^2}| \leq \frac{\varepsilon_k}{N^2}, k = 1, 2, \dots, n, \dots$, то

$$\eta_n \xrightarrow{d} R(\{0, 1, \dots, N-1\}^2), \text{ если } \varepsilon_1 \cdot \dots \cdot \varepsilon_n \longrightarrow 0, n \rightarrow \infty.$$

.

Теорема 2. Пусть $\xi_1 = (\xi_1^1, \xi_1^2), \xi_2 = (\xi_2^1, \xi_2^2), \dots, \xi_n = (\xi_n^1, \xi_n^2), \dots$ суть независимые случайные величины, распределенные на $([0, 1))^2$, $\eta_n = \{\xi_1 + \dots + \xi_n\}_{([0, 1))^2}$. Тогда если существуют неотрицательные $\varepsilon_k, k = 1, \dots, n, \dots$ такие, что для любого $m \in ([0, 1))^2$ справедливы неравенства $|p_k(m) - 1| \leq \varepsilon_k, k = 1, 2, \dots, n, \dots$, то

$$\eta_n \xrightarrow{d} R([0, 1]^2), \text{ если } \varepsilon_1 \cdot \dots \cdot \varepsilon_n \longrightarrow 0, n \rightarrow \infty.$$

.

Таким образом, получено обобщение предыдущих результатов о сходимости дробной части сверток случайных величин на двумерный случай.

Источники и литература

- 1) LIH-YUAN DENG, E. Olusegun George Generation of Uniform Variates from Several Nearly Uniformly Distributed Variables, Communications in Statistics - Simulation and Computation, 19:1, 145-154.
- 2) Кондратенко А.Е., Копытько М.Ю., Соболев В.Н. О некоторых условиях сходимости дробной части сверток целочисленных случайных величин к равномерному распределению // XXX Международная конференция "Математика. Экономика. Образование XIV Международный симпозиум "Ряды Фурье и их приложения издательство Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Южный федеральный университет"(Ростов-на-Дону), тезисы, с. 32-32
- 3) Кондратенко А. Е., Соболев В. Н. О максимизации энтропии при свертке с равномерным распределением // Вестник Дагестанского государственного университета. Серия 1: Естественные науки. — 2022. — Т. 37, № 1. — С. 7–11