

Эффекты однородной и неоднородной ветвящихся сред ветвящихся случайных блужданий по многомерным решеткам

Научный руководитель – Яровая Елена Борисовна

Глубокова Мария Сергеевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: maria.glubokova@math.msu.ru

Рассматривается модель симметричного ветвящегося случайного блуждания по целочисленной решетке $\mathbb{Z}^d$, в которой возможно размножение в каждой точке решетки, при этом интенсивности размножения и гибели частиц постоянны во всех точках решетки.

Целью является изучение предельного поведения распределения частиц на решетке. Пусть $\mu_t(x)$ - число частиц в момент времени $t > 0$ в точке $x \in \mathbb{Z}^d$. В начальный момент времени на решетке находится одна частица в точке $x = 0$. За малое время каждая частица может погибнуть с вероятностью $b_0 dt$, где b_0 - интенсивность гибели, произвести произвольное число потомков, при этом считаем, что интенсивность превращения одной частицы в n равна b_n , $n \geq 2$. Введем переменную $\beta = \sum_{n=2}^{\infty} (n-1)b_n$, характеризующую интенсивность воспроизведения новых частиц в точке. Также возможно блуждание частиц по решетке с вероятностью попадания из точки x в точку $x + z$ равной $\kappa a(z) dt$ за малое время dt , где $\sum_{z \neq 0} a(z) = 1$, $a(0) = -1$, $\kappa > 0$. Наконец, новая частица может появиться во временном интервале $(t, t + dt)$ в любой точке решетки $x \in \mathbb{Z}^d$ с вероятностью $k dt$, где k - интенсивность притока новых частиц в точку решетки, являющаяся постоянной. В [2] были получены дифференциальные уравнения для первых моментов $m_1(t, x, y)$. Мы делаем акцент на сравнении шести моделей: надкритического, критического и докритического процесса в зависимости от наличия иммиграции. Для случая критического процесса без иммиграции через дискретное преобразование Фурье найден вид второго момента

$$m_2(t, x, y) = \frac{1}{(2\pi)^d} \int_{[-\pi; \pi]^d} e^{t\hat{a}(\theta)} (t(\hat{a}(\theta) + \sum_{n \geq 2} (n-1)^2 b_n - b_0 - 1) + 1) d\theta.$$

Для модели критического процесса без иммиграции для конечной дисперсии скачков представлены доказательства оценки численности популяции в точке и на решетке при условии невырождения. Изучено поведение условных математических ожиданий при $t \rightarrow \infty$ субпопуляции частиц $\mu_t(x, y)$ в точке $y \in \mathbb{Z}^d$ и всей популяции частиц $\mu_t(x)$, порожденных частицей, находившейся в точке $x \in \mathbb{Z}^d$ при $t = 0$. Для выжившей популяции получено $E(\mu_t(x, y) | \mu_t(x)gt; 0) \sim Ctp(t, x, y)$ и $E(\mu_t(x) | \mu_t(x)gt; 0) \sim Ct$, что совпадает с результатами, полученными в [4]. Также в докладе будут представлены аналогичные результаты для других моделей.

Источники и литература

- 1) Е. Б. Яровая, Ветвящиеся случайные блуждания в неоднородной среде. Издательство Центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, Москва, 2007
- 2) D. Han, Yu. Makarova, S. A. Molchanov, E. B. Yarovaia, Branching Random Walks with Immigration. Lyapunov Stability, 2019, v.25, Issue 4, 683-708

- 3) Д. М. Балашова, Ветвящиеся случайные блуждания со знакопеременными источниками, Москва, 2022
- 4) Е. Б. Яровая, Предельное поведение популяций частиц в ветвящемся случайном блуждании. Тезисы докладов конференции МКСМ-7. II, Теория вероятн. и ее примен., 2023, том 68, выпуск 1, 194–195