

Парадоксальные явления в некоторых нетранзитивных наборах случайных величин

Научный руководитель – Лебедев Алексей Викторович

Якушева Александра Николаевна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: alexandra.yakusheva.msu@gmail.com

В приложениях иногда возникают ситуации, когда некоторые величины не измеряются в явном виде, но их можно сравнивать попарно. Однако при таком подходе нередко возникает эффект нетранзитивности — величины оказываются последовательно попарно упорядочены, но в совокупности не подчинены никакому отношению порядка, и их отношения при некотором порядке обхода образуют цикл.

Подобный набор случайных величин (нетранзитивный относительно стохастического предшествования), был предложен Б. Эфроном в 1960-е годы, а затем популяризирован М. Гарднером [3]. Набор Эфрона состоял из четырёх игральных костей, при этом математические ожидания чисел, выпадающих на костях, были различны. Однако особый интерес представляют ситуации, когда средние и дисперсии величин равны, и их нельзя упорядочить по этим характеристикам, как это делается традиционно (например, в теории массового обслуживания, финансах, страховании и др.). Первый пример набора с указанными свойствами был найден С. Трыбулой [5]. В 2022 году автором были найдены все аналогичные нетранзитивные наборы из трёх и четырёх целочисленных случайных величин, соответствующих костям с 8, 9 и 10 гранями [2].

В последнее время активно изучается также нетранзитивность в наборах непрерывных случайных величин [1, 4]. В этой связи автор продолжает исследования нетранзитивных структур из независимых случайных величин с равными средними и дисперсиями, в частности, системы с умножением дискретных случайных величин, соответствующих ранее найденным в [2] нетранзитивным костям с равными средними и дисперсиями, на независимые непрерывные случайные величины с распределениями из параметрических семейств Вейбулла и Парето. Обнаружено парадоксальное явление, когда доля нетранзитивных наборов немонотонно меняется с увеличением параметра, что связано с тем, что нетранзитивность, которая должна устанавливаться при достаточно больших значениях параметра, сначала возникает (возможно, при другом порядке обхода), затем исчезает, и появляется вторично.

Источники и литература

- 1) Лебедев А.В. Проблема нетранзитивности для трех непрерывных случайных величин // Автоматика и телемеханика. 2019. N 6. С. 91–103.
- 2) Якушева А.Н. Нетранзитивные кости с равными средними и дисперсиями // Математическая теория игр и ее приложения. 2022. Т. 14. В. 3. С. 101–120.
- 3) Gardner M. The paradox of the nontransitive dice and the elusive principle of indifference // Sci. Amer. 1970. V. 223. N 6. P. 110–114.
- 4) Gorbunova A.V., Lebedev A.V. Nontransitivity of tuples of random variables with polynomial density and its effects in Bayesian models // Mathematics and Computers in Simulation. 2022. V. 202. P. 181–192.

- 5) Trybula S. On the paradox of three random variables // Zastos. Matem. 1961. V. 5. N 4. P. 321–332.