

Распределение Миттаг-Леффлера при моделировании процессов с тяжелыми хвостами распределений

Научный руководитель – Яровая Елена Борисовна

Чернышенко Екатерина Глебовна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: ekaterina.chernyshenko@math.msu.ru

Рассматриваются две модели стохастических процессов с тяжелыми хвостами распределений. Формально распределение имеет тяжелый хвост, если $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{tx} \bar{F}(x) = \infty$ для всех $t > 0$, где $\bar{F}(x) = P(X > x)$. Первая модель является моделью с дискретным временем и называется процессом китайского ресторана (см. [1]). Эта модель описывает случайные разбиения множества $\{1, 2, \dots, n\}$ на подмножества, называемые блоками разбиений (см. определение в работе [2]). В [1] изучается асимптотика числа блоков при стремлении n к бесконечности. Установлено, что число блоков разбиения сходится почти наверное к величине, имеющей распределение Миттаг-Леффлера. Данное утверждение приведено Ямато и Сибуйей в [3], однако некоторые шаги доказательства были опущены. Мы восстановим эти шаги, в частности проверим условие Карлемана для моментов распределения, возникающего в формулировке основного утверждения. Вторая модель - модель с непрерывным временем процесса Юла чистого рождения. Частицы, рождающиеся в популяции в соответствии с процессом Юла, окрашиваются в цвета согласно следующим правилам: изначально в процессе существует одна частица, окрашенная в какой-то цвет; каждая следующая частица с определенной вероятностью окрашивается либо в цвет своего родителя, если она идентична ему, либо в новый цвет, которого еще не встречалось в популяции (см. работу [2]). В [2] установлено, что при стремлении t к бесконечности, число образовавшихся различных цветов сходится к величине, имеющей распределение Миттаг-Леффлера. Мы покажем, как выбираются нормировки в рассматриваемых моделях с тяжелыми хвостами.

Источники и литература

- 1) J. Pitman, Exchangeable and partially exchangeable random partitions., Probab. Theory Relat. Fields 102, 145 - 158 (1995).
- 2) J. Pitman, Combinatorial Stochastic Processes., Lecture Notes in Math. 1875. Springer, Berlin (2006).
- 3) H. Yamato, M. Sibuya, Moments of some statistics of Pitman Sampling Formula, Bulletin of informatics and cybernetics. 32 (1), pp.1-10, 2000-06. Research Association of Statistical Sciences, 2000