

Фазовые переходы для перестановочных конфигураций источников ветвления в надкритическом ветвящемся случайном блуждании**Научный руководитель – Яровая Елена Борисовна****Кротов Михаил Данилович***Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
 Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: mikhail.krotov@math.msu.ru

Рассматривается ветвящееся случайное блуждание (ВСБ) по многомерной решетке $\mathbb{Z}^d$ с непрерывным временем. В начальный момент времени на решетке находится одна частица. Процесс состоит из независимых случайных процессов блуждания и ветвления. Блуждание описывается оператором $\mathcal{A}$ с конечной дисперсией. Ветвление происходит в конечном числе точек $Z = \{z_1, \dots, z_N\}$, называемых источниками ветвления, с интенсивностью $\beta = f'(1)$, где $f(u)$ — инфинитезимальная производящая функция потомков, см.[1, 3].

Цель работы — изучить поведение численности частиц при $t \rightarrow \infty$ в зависимости от конфигурации и интенсивности источников. *Надкритическим* ВСБ называется процесс с экспоненциальным ростом численностей частиц. Для него верны предельные теоремы о сходимости нормированных численностей частиц почти наверное, см.[2]. Фазовые переходы поведения численности частиц определяются структурой спектра оператора $\mathcal{H} = \mathcal{A} + \mathcal{B}$, см. [1]. Переходные (*критические*) значения интенсивности являются обратными величинами к собственным числам матрицы $M_Z = (G_0(z_i - z_j))_{i,j=1}^N$, где $G_\lambda(x)$ — преобразование Лапласа переходных вероятностей, см.[3].

Нами исследуются *перестановочные* конфигурации, при которых строки матрицы M_Z являются перестановками друг друга. Установлено, что для них все критические интенсивности имеют вид $\left(\sum_{j=1}^N \alpha_j G_0(z_j - z_1) \right)^{-1}$ с коэффициентами $\alpha_j \in \{-1, 0, 1\}$. Выведен критерий экспоненциального роста численности частиц: старшее положительное собственное значение оператора $\mathcal{H}$ всегда простое и существует при $\beta > \beta_c$, где $\beta_c = 0$ при $d = 1, 2$, $\beta_c = \left(\sum_{j=1}^N G_0(z_j - z_1) \right)^{-1}$ при $d \geq 3$.

Рассмотрен ряд конкретных примеров. В случае *n-мерного октаэдра* явно найдены все 3 значения критических интенсивностей, при превышении которых у $\mathcal{H}$ последовательно появляются собственные значения кратностей 1, n и $n - 1$. При расположении источников в вершинах *n-мерного Булева куба* имеется $n + 1$ критических интенсивностей, при переходе через которые в положительном спектре $\mathcal{H}$ последовательно возникают меньшие собственные значения кратностей вида $\binom{n}{j}$ для $j = 0, 1, \dots, n$.

Данные результаты предлагают новый подход к поиску фазовых переходов спектра эволюционного оператора для надкритического ВСБ.

Источники и литература

- 1) Е. Б. Яровая *Ветвящиеся случайные блуждания в неоднородной среде*. Центр прикл. исслед. при мех.-матем. ф-те МГУ, М., 2007.
- 2) Е. Б. Яровая, Н. В. Смородина, *Об одной предельной теореме для ветвящихся случайных блужданий*, Теория вероятн. и ее примен., 68:4 (2023), 779–795

- 3) Е. Б. Яровая, *Спектральная асимптотика надкритического ветвящегося случайного блуждания*, Теория вероятн. и ее примен., 2017, том 62, выпуск 3, 518–541