Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

О применении преобразования Лапласа для задачи разорения со случайными страховыми платежами и инвестициями в рисковый актив

Научный руководитель – Кабанов Юрий Михайлович

Антипов Виктор Алексеевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: stayaptichek@gmail.com

Одним из важных вопросов актуарной теории риска является проблема нахождения вероятности разорения или, по крайней мере, определение ее асимптотического поведения при стремлении начального капитала u к бесконечности. В классической модели Крамера-Лундберга предполагается, что страховая компания хранит свой капитал в безрисковом активе. В частности, вероятность разорения убывает экспоненциально с ростом начального капитала. В более поздних моделях данное предположение опускается – страховая компания реинвестирует свой капитал (или его долю) в рисковый актив, динамика цены которого подчиняется определенному закону. Один из ключевых результатов данной теории заключается в том, что добавление в модель инвестиций приводит к качественно иному характеру поведения вероятности разорения при начальном капитале, стремящемся к бесконечности: вероятность разорения убывает по степенному закону; в случае, когда волатильность рискового актива достаточно велика, разорение наступает с вероятностью единица.

Один из подходов к исследованию поведения вероятности разорения основан на анализе интегро-дифференциальных уравнений [1]–[6], [8]–[9]. Вопрос гладкости вероятности разорения исследуется в работах [1]–[3], [7]. Асимптотический анализ для случая экспоненциально распределенных страховых выплат представлен в [1]–[3]. Использование техники преобразования Лапласа для модели типа Крамера–Лундберга с инвестициями представлена в [4]–[5]. В упомянутых выше работах показано, что в модели с инвестияицми в рисковый актив, заданный геометрическим броуновским движением с параметрами снова a и волатильности $\sigma > 0$, и экспоненциально распределенными скачками, вероятность разорения убывает как $Cu^{-\beta}, C > 0$, где $\beta = 2a/\sigma^2 - 1 > 0$, и разорение наступает с вероятностью единица при $\beta \leq 0$.

В данной работе рассматривается модель из [3], допускающая как положительные, так и отрицательные страховые выплаты. Используя преобразование Лапласа, получена асимптотика для вероятности разорения для широкого класса распределений страховых выплат.

Источники и литература

1) A. Frolova, Yu. Kabanov, S. Pergamenshchikov, In the insurance business risky investments are dangerous. *Finance and Stochastics.* **6** (2002), 227-235.

2) Yu. Kabanov, S. Pergamenshchikov, In the insurance business risky investments are dangerous: the case of negative risk sums. *Finance and Stochastics.* **20** (2016), 355–379.

3) Yu. Kabanov, N. Pukhlyakov, Ruin probabilities with investments: smoothness, IDE and ODE, asymptotic behavior. *J. Appl. Probab.* **59** (2020), 556–570.

4) H. Albrecher, C. Constantinescu, E. Thomann, Asymptotic results for renewal risk models with risky investments. *Stochastic Processes and their Applications.* **122** (2012), 3767-3789.
5) C. Constantinescu, E. Thomann, Analysis of the ruin probability using Laplace transforms and Karamata-Tauberian theorem. *ARCH, Proceedings 39th Actuarial Research Conference, Iowa City, Iowa, 2004.* **1** (2005).
6) Y. Kabanov, S. Pergamenshchikov, On ruin probabilities with investments in a risky asset with a regime-switching price. *Finance and Stochastics.* **26** (2022) 877–897.
7) V. Antipov, Y. Kabanov, Ruin Probabilities with Investments in Random Environment: Smoothness. *Mathematics.* **12** (2024), 1705.
8) T. Belkina, N. Konyukhova, S. Kurochkin, Singular boundary value problem for the integrodifferential equation in an insurance model with stochastic premiums: Analysis and numerical solution. *Comput. Math. and Math. Phys.* **52** (2012), 1384–1416.
9) T. Belkina, N. Konyukhova, B. Slavko, Solvency of an Insurance Company in a Dual Risk Model with Investment: Analysis and Numerical Study of Singular Boundary Value Problems. *Comput. Math. and Math. Phys.* **59** (2019), 1904–1927.
10) W. Feller, An Introduction to Probability Theory and Its Applications. *John Wiley and Sons Inc., New York.* **2** (1971).
11) M. Fedoryuk, Asymptotic Analysis: Linear Ordinary Differential Equations. *Springer.* (1993).