

Условия на моменты для существования решений уравнений Маккина — Власова

Научный руководитель – Веретенников Александр Юрьевич

Ровас Александр Анатольевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: aleksandr.rovass@math.msu.ru

В работе исследуется существование решения стохастического дифференциального уравнения Маккина-Власова:

$$dX_t = B[t, X_t, \mu_{X_t}] dt + \Sigma[t, X_t, \mu_{X_t}] dW_t, \quad t \geq 0, \quad \mu_{X_0} = \mu_0, \quad (1)$$

с коэффициентами следующего вида:

$$B(t, x, \mu_{X_t}) = \int_{\mathbb{R}^d} b(t, x, y) \mu_{X_t}(dy),$$
$$\Sigma(t, x, \mu_{X_t}) = \int_{\mathbb{R}^d} \sigma(t, x, y) \mu_{X_t}(dy).$$

Здесь W - стандартный d -мерный винеровский процесс, b и σ - векторная и матричнозначная функции размерностей d и $d \times d$ соответственно, μ_{X_t} - распределение процесса X в момент времени t , μ_0 - заданное начальное распределение решения.

В работах Yu. S. Mishura, A. Yu. Veretennikov [1] и A. Pascucci, A. Rondelli, A. Yu. Veretennikov [2] были предложены условия существования слабого решения, включающие ограниченность четвёртого момента начального распределения μ_0 .

В данной работе доказано существование слабого решения без ограничений на начальное распределение:

Теорема 1. *При выполнении следующих условий:*

Условие равномерной ограниченности

$$|b(s, x, y)| + \|\sigma(s, x, y)\| \leq C, \quad C > 0.$$

Условие невырожденности

$$\inf_{s, x, y} \inf_{|\lambda|=1} \lambda^* \sigma(s, x, y) \lambda \geq \nu > 0.$$

Существует слабое решение стохастического дифференциального уравнения Маккина-Власова (1).

Источники и литература

- 1) Mishura Y., Veretennikov A. Existence and uniqueness theorems for solutions of McKean–Vlasov stochastic equations // Theory of Probability and Mathematical Statistics. – 2020. – Т. 103. – С. 59-101.
- 2) Pascucci A., Rondelli A., Veretennikov A. Y. Existence and uniqueness results for strongly degenerate McKean-Vlasov equations with rough coefficients // arXiv preprint arXiv:2409.14451. – 2024.