

Асимптотика процесса накопления для бесконечной системы частиц с поглощением

Научный руководитель – Меликян Маргарита Врежовна

Новак Михаил Владимирович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: novak-mischa2012@yandex.ru

Рассматривается случайное блуждание многих частиц с дискретным временем $t \in \mathbb{Z}^+$. В нулевой момент времени в каждом узле решётки $\mathbb{Z}^+$ появляется частица. В момент времени $t > 0$ координата частицы с начальным положением i есть

$$\eta_i(t) = i + \xi_i(t) \quad (1)$$

где $\xi_i(t)$ - серия случайных блужданий с конечными шагами по сетке:

$$\xi_i(t) = \sum_{j=1}^t \epsilon_{ij} \quad (2)$$

где случайные величины $\epsilon_{ij}, j = 1 \dots t$ для любой частицы независимы и равны $-1, 0, 1$ с вероятностями p_-, p_+, p_s соответственно

Случайный процесс $n(t)$ есть количество частиц, хотя бы раз пересёкших или попавших в 0 к моменту времени t . Задача состоит в нахождении асимптотики $En(t)$.

Проведенное исследование показало, что асимптотику $En(t)$ при таком случайном блуждании описывают следующие теоремы:

Теорема 1. При $p_+ = 0$ выполнено равенство $E(n(t)) = p_-t$.

Теорема 2. При $p_s = 0$ выделяются 3 случая:

1) $p_- < p_+$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(n(t)) = \sum_{z=1}^{\infty} \left(\frac{p_-}{p_+} \right)^z = \frac{\frac{p_-}{p_+}}{1 - \frac{p_-}{p_+}} \quad (3)$$

2) $p_- > p_+$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E(n(t))}{t} = p_- - p_+ \quad (4)$$

3) $p_- = p_+$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E(n(t))}{\sqrt{t}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \quad (5)$$

Список литературы

- [1] Grimmett, Stirzaker. Probability and Random Processes, third edition. Oxford university press, 2001.
- [2] А.В.Булинский, А.Н.Ширяев. Теория случайных процессов. Физматлит, 2005.
- [3] В.Феллер. Введение в теорию вероятностей и её приложения. Мир, 1984.